Universidad Autónoma Metropolitana, Unidad Azcapotzalco
Departamento de Energía
Área de Ingeniería Energética y Electromagnética$^{\nabla^2}$

Ejercicios Tipo Examen:

Circuitos Eléctricos en Corriente Alterna (1131071)

17 de octubre de 2016

1. En el circuito que se muestra, calcular a) la impedancia equivalente, b) el voltaje y la corriente fasorial de la impedancia equivalente, c) la potencia aparente, activa, reactiva y el factor de potencia de la carga, d) la potencia compleja de la carga y e) trazar el diagrama fasorial del voltaje y la corriente. Considerar que V_s(t)= 20cos(4t-15°) V, R= 60 Ω, C=10 mF y L=5 H.

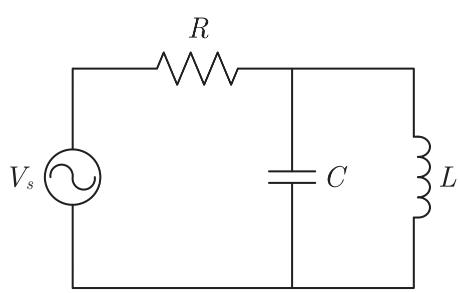


Figura 1: Circuito del problema 1.

Observaciones:

- Los incisos se deben resolver de manera secuencial.
- Para hacer el análisis en el dominio de la frecuencia, primero se debe transformar el circuito al equivalente en el dominio fasorial.

- Para calcular las potencias y el factor de potencia, es necesario conocer el voltaje y la corriente fasorial en la impedancia equivalente.
- Para trazar los diagramas fasoriales, es necesario utilizar regla y transportador.

Ecuaciones fundamentales:

$$X_C = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{2\pi f C} \tag{1}$$

$$X_L = j\omega L = j2\pi f L \tag{2}$$

$$S = \frac{1}{2} V_m I_m = V_{RMS} I_{RMS} \tag{3}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = V_{RMS} I_{RMS} \cos(\theta_v - \theta_i) \tag{4}$$

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i) = V_{RMS} I_{RMS} \sin(\theta_v - \theta_i) \tag{5}$$

$$\hat{S} = \frac{1}{2} \tilde{V}_m \tilde{I}_m^{\star} = \tilde{V}_{RMS} \tilde{I}_{RMS}^{\star} \tag{6}$$

$$fp = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i) \tag{7}$$

donde:
X_L= reactancia inductiva.
X_C= reactancia capacitiva.
f= frecuencia.
ω= frecuencia angular.
V_m= valor máximo del voltaje.
I_m= valor máximo de la corriente.
V_{RMS}= valor RMS del voltaje.
I_{RMS}= valor RMS de la corriente.
S= potencia aparente.
P= potencia activa.
Q= potencia reactiva.
$\hat{S}$= potencia compleja.
fp= factor de potencia.
θ_v= ángulo de fase del voltaje fasorial.
θ_i= ángulo de fase de la corriente fasorial.
* indica conjugado

Problema 1.

Datos:

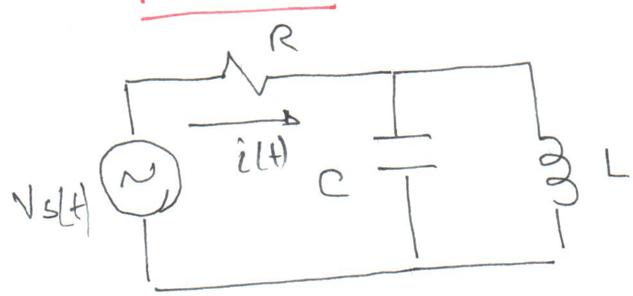
$V_s(t) = 20\cos(4t - 15^\circ)$ V

$R = 60\,\Omega$

$C = 10$ mF

$L = 5$ H

Circuito

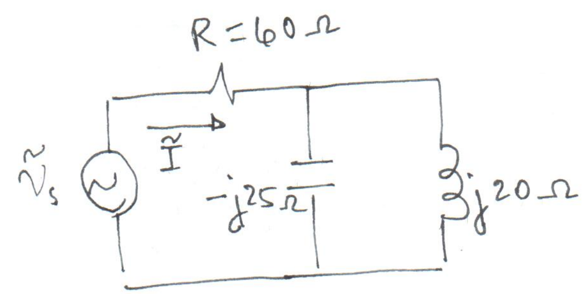


a) Para calcular la impedancia equivalente, es necesario conocer la frecuencia angular ω.

De acuerdo con el voltaje de la fuente,

$\omega = 4$ rad/s (Hay que recordar $\cos(\omega t + \phi)$)   frecuencia angular   Fase

Posteriormente, calculamos la reactancia inductiva y capacitiva:



$$X_L = j2\pi f L = j\omega L = j(4)(5) = j20\,\Omega$$

$$X_C = \frac{-j}{2\pi f C} = \frac{-j}{\omega C} = \frac{-j}{(4)(10\times10^{-3})} = -j25\,\Omega$$

Por lo tanto, nuestra impedancia equivalente es:

$$\hat{Z}_{eq} = 60\,\Omega + (-j25\,\Omega \,//\, j20\,\Omega) = (60 + j100)\,\Omega = 116.62\,\angle 59.03^\circ\ [\Omega]$$

b)

El voltaje fasorial de la Zeq es:

$$V_s(t) = 20\cos(4t - 15^\circ) \Rightarrow \tilde{V}_s = \frac{20}{\sqrt{2}}\angle -15^\circ\ V = 14.14\angle -15^\circ\ [V]$$

La corriente fasorial:

$$\tilde{I} = \tilde{V}_s / \hat{Z}_{eq} \Rightarrow \tilde{I} = \frac{20}{\sqrt{2}}\angle -15^\circ \Big/ 116.62\angle 59.03^\circ = \frac{0.17}{\sqrt{2}}\angle -74.03^\circ\ [A]$$

c) Hasta el momento conocemos el voltaje y la corriente fasorial:

$$\tilde{V}_s = 14.14 \angle -15^\circ \text{ V} \qquad \tilde{I} = 0.12 \angle -74.03^\circ \text{ A}$$

Procedemos a calcular las potencias:

$$S = V_{rms} I_{rms} = (14.14)(0.12) = 1.6968 \text{ [VA]}$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) = 1.6968 \cos[-15 - (-74.03)] = (1.6968)(0.5145) =$$

$$P = 0.8731 \text{ [W]}$$

$$Q = V_{rms} I_{rms} \operatorname{sen}(\theta_v - \theta_i) = 1.6968 \operatorname{sen}[-15 - (-74.03)] = (1.6968)(0.8574) =$$

$$Q = 1.4549 \text{ [VAR]}$$

Los resultados anteriores se pueden comprobar ya que sabemos lo siguiente:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = \sqrt{(0.8731)^2 + (1.4549)^2} = 1.6967 \text{ [VA]}$$

El factor de potencia se puede calcular como sigue:

$$fp = \cos(\theta_v - \theta_i) = \frac{P}{S} = \frac{0.8731}{1.6968} = 0.5145$$

No obstante, es necesario especificar si está en atraso (-) o adelanto (+), para ello:

$$fp = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos[-15 - (-74.03)] = \cos(59.03^\circ) = 0.5145 \ (+)$$

Como el ángulo, es (+), el fp esta en adelanto.

La potencia compleja se calcula como sigue:

$$\hat{S} = \tilde{V}_s \tilde{I}^* = (14.14 \angle -15^\circ)(0.12 \angle +74.03^\circ) = \underbrace{0.8731}_{P} + j\underbrace{1.4548}_{Q} \text{ (VA)} = \underbrace{1.6968}_{S} \angle 59.03^\circ$$

2. En el circuito que se muestra . Calcular a) la impedancia equivalente, b) el voltaje y la corriente fasorial de la impedancia equivalente, c) la potencia aparente, activa, reactiva y el factor de potencia de la carga, d) la potencia compleja de la carga y e) trazar el diagrama fasorial del voltaje y la corriente. $\tilde{V}_s= 12\angle 0°$ V, R_1=4 Ω, R_2=16 Ω, X_C=-j14 Ω, X_{L1}= j20Ω y X_{L2}= j25Ω.

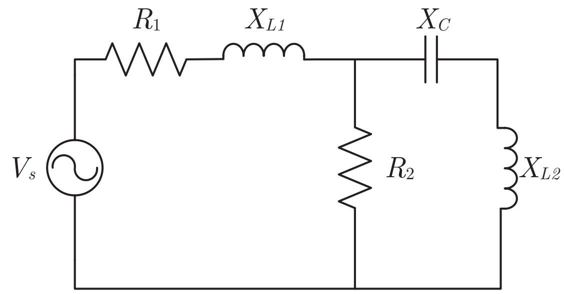


Figura 2: Circuito del problema 2.

Observaciones:

- Los incisos se deben resolver de manera secuencial.
- Los parámetros del circuito ya están expresados en el dominio fasorial.
- Para calcular las potencias y el factor de potencia, es necesario conocer el voltaje y la corriente fasorial en la impedancia equivalente.
- Para trazar los diagramas fasoriales, es necesario utilizar regla y transportador.

Ecuaciones fundamentales:

$$S = \frac{1}{2}V_m I_m = V_{RMS} I_{RMS} \tag{8}$$

$$P = \frac{1}{2}V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = V_{RMS} I_{RMS} \cos(\theta_v - \theta_i) \tag{9}$$

$$Q = \frac{1}{2}V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i) = V_{RMS} I_{RMS} \sin(\theta_v - \theta_i) \tag{10}$$

$$\hat{S} = \frac{1}{2}\tilde{V}_m \tilde{I}_m^{\star} = \tilde{V}_{RMS} \tilde{I}_{RMS}^{\star} \tag{11}$$

$$fp = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i) \tag{12}$$

donde:
f= frecuencia.
ω= frecuencia angular.
V_m= valor máximo del voltaje.
I_m= valor máximo de la corriente.

V_{RMS}= valor RMS del voltaje.
I_{RMS}= valor RMS de la corriente.
S= potencia aparente.
P= potencia activa.
Q= potencia reactiva.
$\hat{S}$= potencia compleja.
fp= factor de potencia.
θ_v= ángulo de fase del voltaje fasorial.
θ_i= ángulo de fase de la corriente fasorial.
* indica conjugado

Problema 2

Datos :

$\tilde{V}_s = 12 \angle 0^\circ$ V

$R_1 = 4\ \Omega$

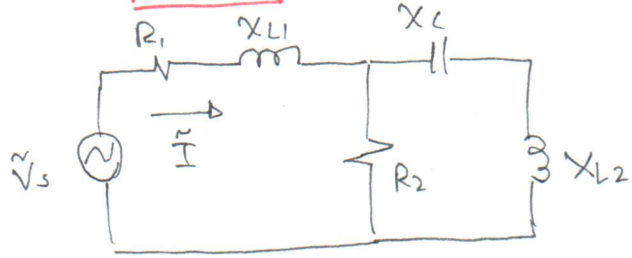
$R_2 = 16\ \Omega$

$X_C = -j14\ \Omega$

$X_{L1} = j20\ \Omega$

$X_{L2} = j25\ \Omega$

Circuito



a) De acuerdo con el circuito, la impedancia equivalente es :

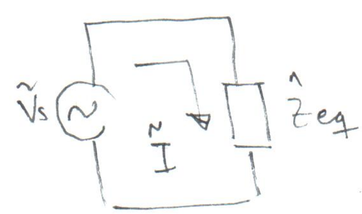
$$\hat{Z}_{eq} = R_1 + X_{L1} + \left[R_2 \,//\, (X_{L2} + X_C) \right]$$

$$\hat{Z}_{eq} = 4\,\Omega + j20\,\Omega + \left[16\,\Omega \,//\, (j25 - j14) \right] \Omega$$

$$\hat{Z}_{eq} = (4 + j20 + 5.1352 + j7.47)\ \Omega$$

$$\hat{Z}_{eq} = (9.1352 + j27.47)\ \Omega = 28.95 \angle 71.60^\circ\ [\Omega]$$

b) El voltaje y la corriente fasorial son :



$$\tilde{V}_s = 12 \angle 0^\circ\ \text{V}$$

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}_s}{\hat{Z}_{eq}} = \frac{12 \angle 0^\circ\ \text{V}}{28.95 \angle 71.60^\circ\ \Omega} = 0.4145 \angle -71.60^\circ\ [A]$$

c) Las potencias se calculan como sigue :

$$S = V_{rms} I_{rms} = (12)(0.4145) = 4.974\ [VA]$$

$$P = V_{rms} I_{rms} \cos(\theta_v - \theta_i) = 4.974 \cos(71.60^\circ) = 1.57\ [W]$$

$$Q = V_{rms} I_{rms} \operatorname{sen}(\theta_v - \theta_i) = 4.974 \operatorname{sen}(71.60^\circ) = 4.719\ [VAR]$$

$$\hat{S} = \tilde{V}_{ms} \tilde{I}^*_{ms} = (12 \angle 0^\circ)(0.4145 \angle +71.60^\circ) = 1.57 + j4.719\ [VA] = 4.974 \angle 71.6^\circ\ [VA]$$

el factor de potencia se calcula como sigue :

$$fp = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(71.60^\circ) = 0.3156\ (\rightarrow)$$

3. Una carga carga doméstica se modela como una combinación en serie de una inductancia y una resistencia. La impedancia equivalente de la carga es $\hat{Z} = 20\angle 36.87°$. Si se conecta a una línea de 127 V (RMS) a 60 Hz, calcular el valor de la capacitancia en paralelo requerida para corregir el factor de potencia a 0.95 en atraso.

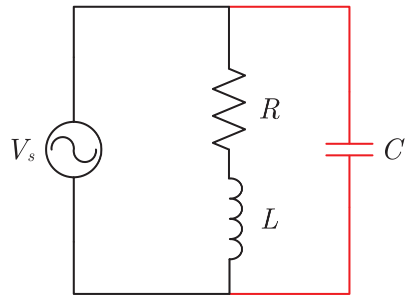


Figura 3: Circuito del problema 3.

Observaciones:

- El problema ya proporciona el valor de la impedancia equivalente que está compuesta por la resistencia y el inductor.
- Es importante recordar que al realizar la correción del factor de potencia, la potencia activa no se modifica.
- Es necesario conocer la potencia aparente, la potencia reactiva y el factor de potencia de la carga original.
- Con base en el factor de potencia deseado, es necesario calcular la potencia aparente y la potencia reactiva. Los valores de estas potencias *nuevas* son los que se tendrían al realizar la correción del factor de potencia.
- Al conocer la potencia reactiva original y la nueva, es necesario calcular la diferencia entre estas dos.
- Para calcular el valor de la capacitancia requerida (indicada en rojo) se necesita la diferencia entre la potencia reactiva original y la nueva, el valor RMS del voltaje de la carga y la frecuencia angular.

Ecuaciones fundamentales:

$$S = \frac{1}{2} V_m I_m = V_{RMS} I_{RMS} \tag{13}$$

$$P = \frac{1}{2} V_m I_m \cos(\theta_v - \theta_i) = V_{RMS} I_{RMS} \cos(\theta_v - \theta_i) \tag{14}$$

$$Q = \frac{1}{2} V_m I_m \sin(\theta_v - \theta_i) = V_{RMS} I_{RMS} \sin(\theta_v - \theta_i) \tag{15}$$

$$\hat{S} = \frac{1}{2} \tilde{V}_m \tilde{I}_m^{\star} = \tilde{V}_{RMS} \tilde{I}_{RMS}^{\star} \tag{16}$$

$$fp = \frac{P}{S} = \cos(\theta_v - \theta_i) \tag{17}$$

$$C_{req} = \frac{Q_C}{\omega V_{RMS}^2} = \frac{Q_1 - Q_2}{\omega V_{RMS}^2} \tag{18}$$

donde:
f= frecuencia.
ω= frecuencia angular.
V_m= valor máximo del voltaje.
I_m= valor máximo de la corriente.
V_{RMS}= valor RMS del voltaje.
I_{RMS}= valor RMS de la corriente.
S= potencia aparente.
P= potencia activa.
Q= potencia reactiva.
$\hat{S}$= potencia compleja.
fp= factor de potencia.
θ_v= ángulo de fase del voltaje fasorial.
θ_i= ángulo de fase de la corriente fasorial.
Q_1= potencia reactiva original.
Q_2= potencia reactiva nueva.
Q_C= diferencia entre la potencia reactiva original y nueva.
* indica conjugado

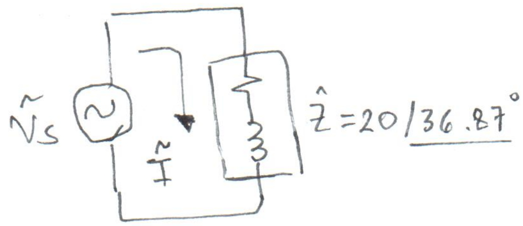
Problema 3.

Datos :

$\tilde{V}s = 127 \angle 0^\circ$ V

$\hat{Z} = 20 \angle 36.87^\circ$

Circuito



Para realizar la corrección del factor de potencia es necesario conocer el factor de potencia original.

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}s}{\hat{Z}} = \frac{127 \angle 0^\circ \text{ V}}{20 \angle 36.87^\circ \ \Omega} = 6.35 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

por lo tanto :

$$\cos(\theta v - \theta i) = \cos(36.87^\circ) = 0.8(-)$$

Las potencias para la carga original son :

$$S_1 = (127)(6.35) = 806.45 \text{ [VA]}$$

$$P_1 = 806.45 \cos(\theta v - \theta i) = 645.16 \text{ [W]}$$

$$Q_1 = 806.45 \operatorname{sen}(\theta v - \theta i) = 483.87 \text{ [VAR]}$$

Ahora, se desea corregir el fp a 0.95 (-), las potencias para la carga "nueva" serán :

$$P_2 = P_1 = 806.45 \cos(36.87^\circ) = 645.16 \text{ [W]}$$

$$S_2 = \frac{P_2}{0.95} = 679.11 \text{ [VA]}$$

$$Q_2 = \sqrt{S_2^2 - P_2^2} = 212.03 \text{ [VAR]}$$

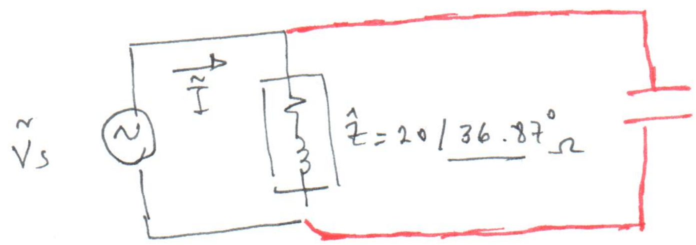
Entonces, Q_c se calcula como sigue :

$$Q_c = Q_1 - Q_2 = 483.87 - 212.03 = 271.84 \text{ [VAR]}$$

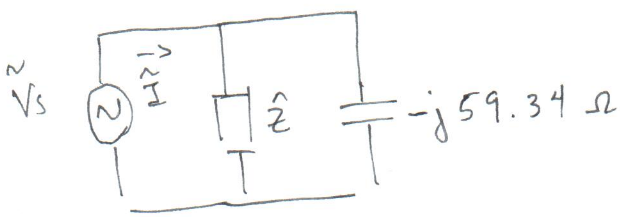
Una vez que se conoce $Q_C = 271.84$ [VAR], es posible conocer el valor de la capacitancia requerida:

$$C_{req} = \frac{Q_C}{\omega V_{rms}^2} = \frac{271.84}{(2\pi)(60)(127)^2} = 0.00004470\ [F] = 44.7\ \mu F$$

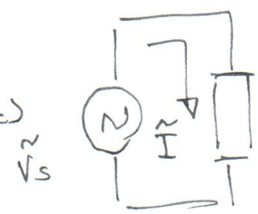
Esto quiere decir que si conectamos un capacitor de 44.7 μF en paralelo con nuestra carga original, se corregirá el factor de potencia a 0.95 (−).



$$X_C = \frac{-j}{2\pi f C} = \frac{-j}{120\pi(44.7\mu F)}$$



$\Rightarrow$



$$Z_{eq} = \hat{Z} \,//\, -j59.34$$

$$Z_{eq} = 23.75\angle 18.19^\circ\ \Omega$$

Ahora, calculamos la $\tilde{I}$:

$$\tilde{I} = \frac{\tilde{V}_s}{Z_{eq}} = \frac{127\angle 0^\circ\ V}{23.75\angle 18.19^\circ\ \Omega} = 5.3473\angle -18.19^\circ\ [A]$$

y el factor de potencia:

$$fp = \cos(\theta_v - \theta_i) = \cos(18.19^\circ) = 0.95\ (-)$$

Finalmente, calculamos la potencia compleja para conocer nuestras potencias:

$$\hat{S} = \tilde{V} \cdot \tilde{I}^* = (127\angle 0^\circ)(5.3473\angle +18.19^\circ) = 645.17 + j211.99\ [VA]$$

$$= 679.10\angle 18.19^\circ\ [VA]$$