

Examen muestra: Sección de matemáticas

I. ALGEBRA LINEAL

Considera los siguientes vectores en \mathbb{R}^n para $n = 3, 4$ y 5. Calcula el producto escalar $X \cdot Y$.

- $X = 4 \hat{e}_{(1)} + 5 \hat{e}_{(2)} - 7 \hat{e}_{(3)}$ con
 $Y = 7 \hat{e}_{(1)} + 4 \hat{e}_{(2)} - 5 \hat{e}_{(3)}$.
- $X = \hat{e}_{(1)} + \hat{e}_{(2)} + \hat{e}_{(3)} + \hat{e}_{(4)}$ con
 $Y = -\hat{e}_{(1)} + \hat{e}_{(2)} - \hat{e}_{(3)} + \hat{e}_{(4)}$.
- $X = 5 \hat{e}_{(1)} + 23 \hat{e}_{(3)} + 8.2 \hat{e}_{(5)}$ con
 $Y = 5.7 \hat{e}_{(2)} - 101 \hat{e}_{(3)}$.
- ¿Cuál es el ángulo entre cada uno de los vectores anteriores?
- Del par de vectores en la pregunta 1, calcula el producto vectorial.

A. Matrices

Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

- Calcular el determinante de
 - $A + C$
 - $B + B$
 - $C + D$
- Calcula los productos
 - $A \cdot A$
 - $A \cdot D$
 - $B \cdot C$
- Encuentra el polinomio característico de A, B, C y D
- Encuentra los valores y vectores propios normalizados de las siguientes matrices
 -

$$E = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad F = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix},$$

II. CÁLCULO DIFERENCIAL

Encuentra el límite de las siguientes funciones

1.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-1}{x^2-1}$$

2.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin(x)$$

3.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$$

Encuentra la derivada de las siguientes funciones

1.

$$f(x) = \ln(2x^3 + x^2 + 1)$$

2.

$$g(x) = \frac{1}{2x^3 + x^2 + 1}$$

3.

$$h(x) = \frac{1}{(2x^3 + x^2 + 1)^2}$$

Calcular el rotacional y la divergencia de los siguientes campos vectoriales

1.

$$F = yz\mathbf{i} - xz\mathbf{j} + yz\mathbf{k}$$

2.

$$F = (x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k})$$

III. CALCULO INTEGRAL

1.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) dx$$

2.

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) \cos(x) dx$$

3.

$$\int \cos^4(x) dx$$

4.

$$\int x e^{-x} dx$$

5.

$$\int \sec^2(x) \tan(x) dx$$

IV. ECUACIONES DIFERENCIALES

Encuentra la solución a las siguientes ecuaciones diferenciales

1.

$$\dot{x} = bx$$

2.

$$y' = ay - by^2$$

3.

$$\dot{x}_1 = -x_1, \quad \dot{x}_2 = 2x_2$$

Grafica las curvas solución de los siguientes sistemas de ecuaciones diferenciales ordinarias, encuentre la matriz que los representa y obtén sus vectores y valores propios.

1.

$$\dot{x}_1 = -x_2, \quad \dot{x}_2 = x_1$$

2.

$$\dot{x}_1 = x_1 - 3x_2, \quad \dot{x}_2 = 2x_2$$

Resuelve las siguientes ecuaciones diferenciales

1.

$$2x \frac{dy}{dx} = 3y$$

2.

$$y' - \frac{2y}{x} = -x^2 y^2$$

V. MÉTODOS NUMÉRICOS

1. Obtener el valor de $2^{\frac{1}{6}}$ con 8 decimales2. Usa $n = 10$ en la regla de Simpson para obtener el valor aproximado de

$$\int_0^1 e^{x^2} dx.$$

3. Usa el método de Euler para aproximar la solución de

$$\dot{x} = \frac{1+x}{1-t}$$