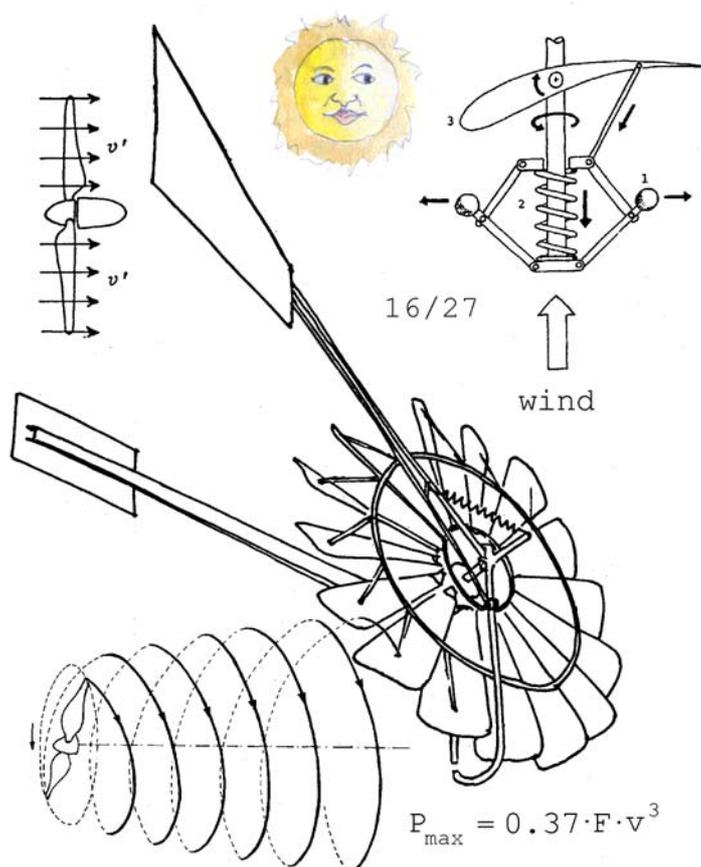


# Introducción a la teoría de las turbinas eólicas<sup>1</sup>

por Manuel Franquesa Voneschen<sup>2</sup>



**LA VERITAT**

[www.amics21.com/laveritat](http://www.amics21.com/laveritat)

<sup>1</sup> Traducción del libro "Kleine Windräder : Berechnung u. Konstruktion" - Wiesbaden ; Berlin : Bauverlag, 1989. ISBN 3-7625-2700-8

<sup>2</sup> Autor y traductor del libro arriba mencionado. Todos los derechos reservados.

© 2009 Manuel Franquesa i Voneschen, Castelldefels, Spain. **El autor puede ser contactado vía Facebook.**

### **Acerca de este libro...**

Este es un libro de cálculo para la construcción de pequeños rotores eólicos.

Contiene numerosas ilustraciones, diagramas, tablas y fórmulas que le ayudarán a dimensionar una eólica sin necesidad de profundizar excesivamente en la teoría.

Está dividido en cuatro capítulos principales:

El primer capítulo trata exclusivamente del rotor eólico. Las propiedades del rotor y su adaptación a una máquina de trabajo (generador, bomba) son presentadas como si el rotor ya existiera.

El segundo capítulo está dedicado al cálculo de los componentes más importantes de una eólica: las palas, los dispositivos de orientación, regulación y protección del rotor. También describe métodos amables con el usuario, que le permitirán calcular las características más importantes de una eólica sin necesidad de sumergirse en un mar de matemáticas.

El tercer capítulo está dedicada al clima eólico y su potencial energético. Ofrece una serie de métodos para estimar la energía que se podría “cosechar” anualmente conociendo las estadísticas del viento del lugar, todo ello con una serie de diagramas amables con el usuario. Esta sección es especialmente interesante para futuros planificadores energéticos.

## Índice

Índice .....	3
Prefacio .....	5
Prólogo que mi mentor de la época, Prof. Dr. Theo Ginsburg .....	6
Introducción del libro “Kleine Windräder” .....	8
<b>1. Funcionamiento y rendimiento de una turbina eólica .....</b>	<b>¡Error! Marcador no definido.</b>
1.1 La potencia de una masa de aire en movimiento .....	10
1.2 El rotor eólico ideal: límite de Betz .....	11
1.3 Primeras conclusiones importantes de la fórmula de Betz .....	17
1.4 El rotor eólico no ideal: rendimiento .....	20
1.5 El rendimiento de un aerogenerador .....	22
1.6 Velocidad específica de un rotor eólico .....	24
1.7 Velocidad de giro de un rotor eólico .....	28
1.8 Par de giro de un rotor eólico .....	30
1.9 Las características de potencia y par de giro de un rotor eólico .....	32
1.9.1 La característica potencia versus velocidad de giro .....	32
1.9.2 La característica par de giro versus velocidad de giro .....	33
1.10 Adaptación de un rotor eólico a una máquina de trabajo .....	37
1.11 Factor de multiplicación óptimo entre el rotor eólico y la máquina de trabajo .....	39
1.12 Curva de potencia de una eólica .....	48
1.13 Determinación de la superficie de rotor requerida .....	51
<b>2. El rotor de una turbina eólica .....</b>	<b>56</b>
2.1 Teoría del ala .....	56
2.1.1 Nociones generales .....	56
2.1.2 Fuerzas aerodinámicas del ala .....	56
2.1.3 Cálculo de las fuerzas de sustentación y resistencia .....	57
2.1.4 Polares de un perfil .....	58
2.1.5 Fineza de un perfil .....	61
2.1.6 Alargamiento del ala .....	62
2.1.7 El número de Reynolds .....	65
2.1.8 Perfil del ala .....	66
2.2 Las palas de un rotor eólico .....	70
2.2.1 El elemento de pala .....	70
2.2.2 La velocidad específica local .....	70
2.2.3 Acción del viento sobre el elemento de pala .....	71
2.2.5 Anchura óptima del elemento de pala .....	76
2.2.6 Diseño de las palas óptimas de un rotor eólico .....	77
2.2.7 El contorno del ala .....	79
2.2.8 Cálculo del coeficiente de potencia del elemento de pala .....	84
2.2.9 Coeficiente de potencia de toda la pala .....	86
2.2.10 Cálculo del coeficiente de potencia máximo del rotor eólico .....	87
2.2.11 Cálculo de la característica $c_{pw}, \lambda_o$ del rotor eólico .....	91
2.2.12 Rotor eólico con palas simplificadas .....	98
2.2.13 Límites de las palas no torsionadas .....	101
2.2.14 La característica $c_{pw}, \lambda_o$ de un rotor con palas simplificadas .....	101

2.2.15	Estimación del número de Reynolds de las palas del rotor .....	106
2.2.16	Fuerza axial del rotor .....	107
2.2.17	Construcción de las palas .....	113
2.2.18	Vibraciones .....	114
2.3	Orientación del rotor .....	114
2.3.1	Rotor a sotavento .....	114
2.3.2	Rotor a barlovento .....	115
2.3.3	Orientación mediante un rotor eólico auxiliar .....	120
2.3.4	Fuerzas giroscópicas .....	120
2.4	Sistemas de regulación del rotor .....	121
2.4.1	Reguladores centrífugos .....	122
2.4.2	Generalidades sobre el cálculo de muelles .....	124
2.4.2.1	La característica del muelle .....	124
2.4.2.2	El muelle pretensado .....	125
2.4.2.3	Ejemplo de cálculo del muelle de un sistema de regulación .....	125
2.4.3	Ejemplos de sistemas de regulación para rotores eólicos .....	128
2.4.3.1	Ejemplo de cálculo de un regulador centrífugo .....	128
2.4.3.2	Más ejemplos de sistemas de regulación .....	130
2.4.4	Dispositivo de protección con veleta transversal .....	130
<b>3.</b>	<b>Cálculo de la energía a partir del clima eólico .....</b>	<b>141</b>
3.1	Generalidades .....	141
3.2	Medición del viento .....	141
3.3	Utilizabilidad de los datos del viento .....	142
3.4	Descripción del clima eólico .....	142
3.4.1	La distribución de frecuencias .....	142
3.4.2	La distribución de frecuencia acumulativa .....	144
3.4.3	Curva de caudales clasificados .....	144
3.4.4	El promedio de la distribución de frecuencias .....	145
3.4.5	La distribución de Weibull .....	148
3.5	Cálculo de la energía mediante las estadísticas del viento .....	153
3.5.1	El potencial energético de un lugar .....	153
3.5.2	La producción de energía de un aerogenerador .....	156
3.6	Cálculo de los valores característicos del aerogenerador a partir del clima eólico .....	167
3.6.1	Velocidad nominal del viento .....	167
3.6.2	Superficie del rotor .....	167
3.6.3	Potencia nominal .....	167
	Bibliografía .....	169
	En lugar de un epílogo, una breve historia de este libro .....	170
	Más obras del autor en la Web: .....	172

## Prefacio

En 1987 publiqué en Alemania el libro sobre el cálculo y la construcción de pequeñas eólicas mencionado en la nota al pie más arriba. Durante años intenté en vano encontrar un editor en España que estuviera dispuesto a publicarlo.

Ahora he decidido traducir y colgar en Internet el presente extracto del libro por dos razones fundamentales:

- a) para que profesores, estudiantes y otras personas interesadas en el tema tengan a mano una introducción -que espero les sea de utilidad- para iniciarse más rápidamente en la teoría de las turbinas eólicas y
- b) para no llevarme estos conocimientos a la tumba, donde no servirían para nada.

Al ser bilingüe, pienso que el mejor traductor de un texto es el mismo autor.

Como espero tener algunos años más de *vanity surfing* por delante, agradecería a las y los usuarios de esta introducción citar la fuente cuando consideren que me lo merezco.

Les deseo mucha salud, humor y buenos vientos

Manuel Franquesa i Voneschen

Castelldefels, Catalunya, Spain, 21 de octubre de 2009

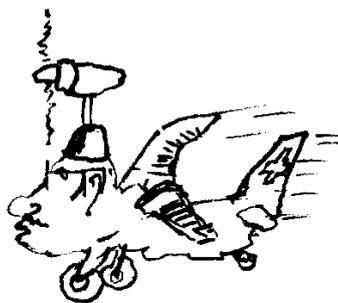


### Nota importante

Quisiera dejar bien claro que por muchas razones no soy partidario de construir enormes parques eólicos. A continuación voy a exponer un motivo energético:

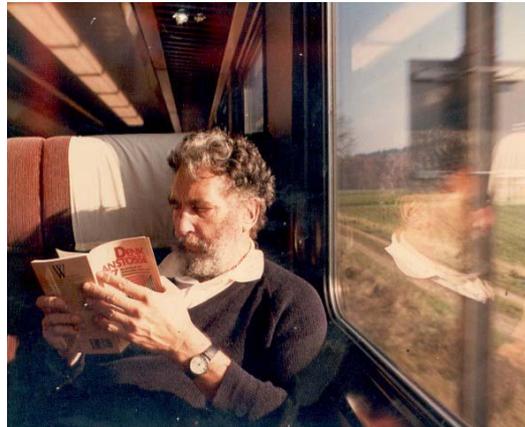
Un automóvil moderno tiene una potencia nominal media de 100 kW. Según Sadi Carnot, en un motor de combustión más de 2/3 de esta potencia se pierden en calor, de modo que la cantidad de gasolina que necesita el motor podría generar una potencia neta de 300 kW o más. Una eólica con la misma potencia nominal requiere un diámetro de más de 30 metros, potencia que además sólo suministrará durante relativamente pocas horas al año (dependiendo de su ubicación), porque el viento sopla como sopla (ver capítulo 3).

De modo que para "ahorrar" la energía fósil que consumen 1000 coches circulando a todas horas, se requieren varios miles de eólicas de esta envergadura. Y si a esto le sumamos la energía que se requiere para construir las, muy pronto llegaremos al cuento de la lechera.



El autor visto por Fra Noël

## Prólogo que mi mentor de la época, Prof. Dr. Theo Ginsburg



Hasta hace pocos siglos, la humanidad cubría todas sus demandas energéticas con la radiación solar. El movimiento del agua y del viento se utilizaban para generar energía mecánica, mientras la madera era un convertidor ideal de energía solar en energía química almacenable, que daba el calor necesario para los hogares y otras aplicaciones técnicas.

Las fuerzas creativas del hombre se concentraban en mejorar continuamente las fuentes de energía inagotables mediante el uso de máquinas artesanales y su adaptación a las necesidades humanas. Por ejemplo, a comienzos del siglo pasado en Europa había incontables molinos de agua y de viento en funcionamiento.

Sin embargo, muy pronto el hombre empezó a utilizar los recursos naturales en detrimento de su medioambiente. En la antigüedad, en Oriente Próximo y norte de África se destruyeron enormes masas forestales, ya que la demanda de madera era superior a lo que el ciclo natural era capaz de ofrecer. Enormes desiertos siguen siendo testigos de la insaciable codicia del hombre. En la Edad Media, la escasez de madera en Europa provocó una crisis energética parecida a la actual. Ya que la madera no sólo era una fuente de energía, sino el principal material para la construcción, esta crisis amenazó el nervio central de los emergentes países industrializados. En Europa también empezaron a desaparecer grandes extensiones boscosas.

El descubrimiento y el aprovechamiento de los combustibles fósiles (carbón, petróleo y gas natural) durante los últimos 250 años aparentemente resolvió el problema. Este tesoro, almacenado durante millones de años bajo la faz de la tierra, fue expoliado sin miramientos por la revolución industrial y explotado descaradamente por la creciente sociedad técnica. Pero hemos vuelto a alcanzar los límites. Es previsible que el petróleo y el gas natural se hayan agotado en pocas decenas de años, y ni siquiera el carbón a largo plazo promete ser una escapatoria al callejón sin salida en el que nos hemos metido. No sólo las reservas limitadas de combustibles, sino la creciente contaminación medioambiental, nos obligarán a emprender nuevos caminos.

¿La energía nuclear? Cada día que pasa, esta forma de energía se convierte en una quimera más para solucionar los problemas globales que nos acechan. Pero nuestra generación ya no puede escapar de la responsabilidad de garantizar la supervivencia de

sus hijos, nietos y bisnietos, ni siquiera en el caso de que las grandes tecnologías actuales fracasaran. Y eso sin caer en la tentación de limitarse a los países industrializados. También el Tercer Mundo debe tener acceso a los recursos del planeta, si no queremos que su miseria acabe arrastrando a la perdición a toda la Humanidad. Esperemos que elija otro camino que el emprendido por la sociedad técnica de la superabundancia.

A largo plazo, a la humanidad no le quedará otra alternativa que la utilización inteligente de la única fuente de energía que puede ser considerada como inagotable: la energía solar. Cuanto antes orientemos nuestra vocación investigadora hacia esta meta, tanto mejor podremos planificar esta ineludible transición hacia una sociedad postindustrial. Opuesta a la actual economía del despilfarro, esta sociedad estará basada en la energía solar, en la que la mayoría de los residuos se utilizarán como materia prima para la creación de nuevos productos.

La energía eólica tendrá su lugar en las futuras energías ecológicas. Hoy en día, en muchos lugares del Tercer Mundo, esta forma de energía podría ayudar a cubrir las demandas energéticas básicas de muchas personas, eso sí, bajo la condición de que reduzcamos el actual despilfarro de materias primas y energías, y eso a nivel mundial – tanto en los países industrializados como en los que están en vías de desarrollo. Los problemas no son técnicos, sino sociales y políticos.

El presente libro no pretende ser más que una pequeña aportación al camino hacia una nueva era. Muestra las posibilidades de desarrollar por cuenta y medios propios –sin grandes soportes técnicos – una instalación eólica capaz de satisfacer las necesidades energéticas individuales. Durante los tres años que el autor trabajó en Madagascar como cooperante tuvo la oportunidad de adquirir una serie de experiencias prácticas que ahora desea divulgar. Lo que en los países industrializados hoy podría parecer un capricho, en las sociedades primitivas –es decir, las que no derrochan- podría significar un considerable aumento de la calidad de vida.

Ciertamente, la energía eólica sola no podrá solucionar los problemas energéticos de Europa, pero aportará su grano de arena cuando, dentro de un periodo de tiempo previsible, los combustibles fósiles sean escasos y costosos; a lo más tardar cuando los economistas y políticos se lancen a la búsqueda de nuevas bases energéticas para la futura economía. Desde un punto de vista histórico a largo plazo, las tecnologías medianas relacionadas con la energía solar bien podrían ser un fundamento esencial de la futura sociedad postindustrial. ¡Empecemos a construirlo ya, el objetivo vale la pena!

Zurich, febrero de 1986

Dr. Theo Ginsburg  
Privatdozent  
Escuela Politécnica Federal de Zurich

---

Carta póstuma

Estimado Theo: ahora que después de casi 15 años de tu muerte he traducido tu prefacio, te vuelvo a dar mi más sinceras gracias por tus sabias (y visionarias) palabras de entonces.  
Tu discípulo y amigo  
Manuel Franquesa

---

## Introducción del libro “Kleine Windräder”

Durante mi actividad como cooperante de la Confederación Helvética –fui destinado a la Universidad de Madagascar como docente- tuve la oportunidad de conocer el viento como fuente de energía de inestimable (e inagotable) valor. Viendo la penuria endémica de energía que sufría esta maravillosa isla, barrida por los vientos del Océano Índico, decidí hacer una inmersión en el tema de la energía eólica.

Pero cuando mis estudiantes y yo decidimos construir una eólica con medios relativamente modestos, descubrimos que en el mercado apenas había literatura apta para “ponerse manos a la obra”. Los libros sobre el cálculo y la construcción de rotores eólicos que existían en el mercado, o eran demasiado teóricos (con infinidad de integrales, que un ingeniero licenciado ya no quiere –o no puede- resolver) o demasiado simplificados para construir una máquina “bien hecha”.

Por ejemplo, sobre las palas del rotor, la mayoría de las obras estudiadas contenían las fórmulas necesarias para su cálculo, pero desgraciadamente en una presentación poco práctica.

Ante tal perspectiva, un día decidimos escribir un libro en el modo que nos gustaría leerlo.

Durante la redacción del mismo intentamos no salirnos del camino que nos habíamos marcado desde un principio: ofrecer al lector técnicamente interesado las herramientas necesarias para empezar a crear.

Por este motivo, la totalidad del libro va acompañado de una serie de diagramas, tablas y fórmulas de relativamente fácil uso, prescindiendo conscientemente del desarrollo teórico –dentro de lo que cabe- para no desalentar a los prácticos, pero indicando siempre los vínculos hacia obras más profundas sobre el tema. Además, los ejercicios al final de cada capítulo relevante devuelven al lector al plano de la realidad.

Una vez decidido el camino a seguir, estructuramos la obra en cuatro secciones:

La primera trata exclusivamente del rotor eólico, es decir, de sus propiedades y de su adaptación a una máquina de trabajo (la que nos suministrará la energía que tanto anhelamos), como si el rotor ya estuviera disponible. Este modo de acercamiento a la materia resultó ser hartamente pedagógico durante nuestras clase sobre el tema.

La segunda parte del libro está dedicada al cálculo de los componentes más importante de una eólica: las palas, sistemas de orientación y de protección contra vientos intensos etc. También ofrece métodos para estimar las características de un rotor eólico antes de construirlo.

La tercera sección está dedicada al clima eólico y su potencial energético, es decir, ofrece una serie de métodos para estimar la energía que se podría “cosechar” anualmente conociendo las estadísticas del viento del lugar, todo ello con una serie de diagramas amables con el usuario. Esta sección es especialmente interesante para futuros planificadores energéticos.

Para terminar, la cuarta parte contiene algunos datos interesantes sobre generadores eólicos sencillos, que dentro de poco podrían tener bastante relevancia durante nuestra transición hacia la era de la energía solar.

Esta obra fue escrita por amor al planeta y a su respiración –el viento.  
¡La contemplación de una eólica girando alegremente en el viento –y produciendo energía- es una sensación indescriptible, porque la energía motriz es invisible y (de momento) gratuita!

A los principiantes les recomendamos calurosamente hacer las primeras experiencias con una eólica pequeña y simple, sin darle demasiada importancia al usufructo energético. El aprendizaje empírico es irremplazable. Decía Confucio:

**“Lo que oigo, olvido;  
lo que veo, recuerdo;  
lo que hago, entiendo”**

Venecia 1987

## 1. Funcionamiento y rendimiento de una turbina eólica

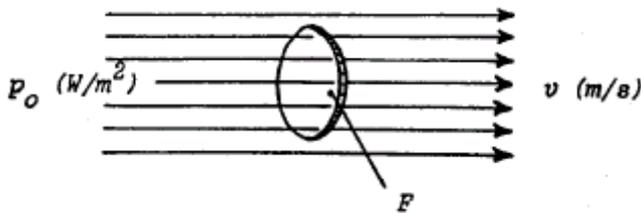
### 1.1 La potencia de una masa de aire en movimiento

Una masa de aire de densidad  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>], que se mueve a una velocidad  $v$  [m/s], contiene la siguiente potencia por unidad de superficie perpendicular a la dirección del flujo (potencia específica):

$$p_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^3 \quad [\text{W/m}^2] \quad (1.1.1)$$

En una superficie  $F$  [m<sup>2</sup>] (Fig. 1.1-1), la potencia es:

$$P_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.1.2)$$



**Fig. 1.1-1)** Potencia de un caudal de aire (viento)

La pregunta es: ¿qué porcentaje de esta potencia *natural* del viento  $p_0$  puede ser recuperada con un aerogenerador?

Una primera respuesta meramente cualitativa sería: la energía del viento es cinética, es decir, la energía que contiene una masa en movimiento, un río. Cualquier aprovechamiento de esta energía “frenará” el caudal, es decir, provocará una ralentización del mismo. Es como un río, que pierde velocidad cuando una central hidráulica aprovecha una parte de su energía cinética.

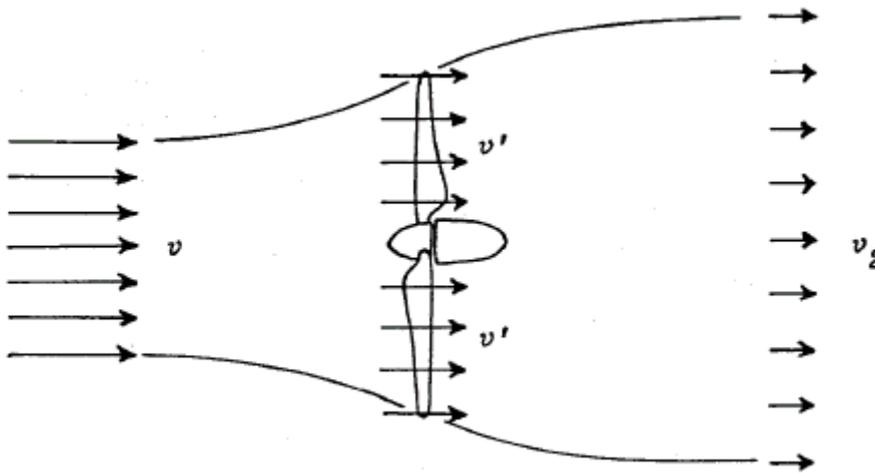
Este sencillo razonamiento ya demuestra que no será posible extraerle al viento toda su potencia cinética  $p_0$ , ya que dejaría de moverse. Por el otro lado, al extraerle energía, su velocidad a la altura del rotor se reducirá. Entre estos dos extremos tiene que haber una velocidad para máxima extracción de energía.

## 1.2 El rotor eólico ideal: límite de Betz

En su extraordinaria obra de 1926, *Albert Betz*<sup>3</sup> publicó la teoría sobre los rotores eólicos, consiguiendo presentar a un público relativamente amplio las bases teóricas de la energía eólica.

En este capítulo presentamos lo esencial de la *teoría de Betz* para un mejor entendimiento del funcionamiento de un aerogenerador.

Supongamos un rotor eólico ideal (sin pérdidas), que funciona según el principio del empuje aerodinámico (ver capítulo 2), propulsado por un viento de velocidad constante  $v$  [m/s]. La superficie barrida por las palas del rotor (“hélice”) es  $F$  [m<sup>2</sup>]. Ya que el rotor, acoplado a un generador eléctrico o una bomba de agua, le extrae energía al viento, la velocidad de éste detrás del rotor será menor que la del viento corriente arriba. La figura 1.2-1 muestra esquemáticamente la relación de las velocidades del viento delante, durante su paso por el rotor y detrás del mismo.



**Fig. 1.2-1**

Comportamiento de la velocidad del viento en un rotor bajo condiciones ideales

- $v$  es la velocidad del viento delante del rotor
- $v'$  es la velocidad del viento a la altura del rotor
- $v_2$  es la velocidad detrás del rotor

siendo  $v_2 < v' < v$

Nota: bajo “delante” y “detrás” entendemos una distancia equivalente a algunos diámetros del rotor, es decir, cuando la corriente de aire está inalterada o se ha vuelto a “estabilizar”.

<sup>3</sup> "Wind-Energie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen". Hemos traducido al castellano la mayor parte de este libro ([www.amics21.com/laveritat/betz\\_energia\\_eolica.pdf](http://www.amics21.com/laveritat/betz_energia_eolica.pdf)). También hemos escaneado todo el libro original ([www.amics21.com/laveritat/albert\\_betz\\_wind\\_energie.pdf](http://www.amics21.com/laveritat/albert_betz_wind_energie.pdf))

Según *Betz*, los resultados que siguen a continuación sólo son válidos bajo condiciones idealizadas, tanto del rotor como del viento, a saber:

- el rotor no tiene pérdidas mecánicas ni aerodinámicas y un número infinito de palas óptimamente diseñadas (ver capítulo 2)
- el aire es incompresible y está exento de fricción
- la corriente delante y detrás del rotor es laminar, es decir, las líneas de flujo son paralelas entre sí y perpendiculares al plano del rotor. Esto significa que se asume un rotor que extrae energía del viento sin perturbar su corriente ideal, siendo la presión estática del aire delante y detrás del rotor la misma que la del aire en las inmediaciones del mismo.

Bajo estas condiciones, es válida la siguiente relación de [*Betz*]:

$$v' = \frac{v + v_2}{2} \quad [\text{m/s}] \quad (1.2.1)$$

es decir, la velocidad del viento a la altura del rotor es la media aritmética de las velocidades delante y detrás del mismo.

*Betz* denomina la relación

$$a = \frac{v'}{v} \quad [-] \quad (1.2.2)$$

*factor de ralentización* (o *ralentización*) del aire a la altura del rotor.

La potencia del viento cedida al rotor se calcula del siguiente modo [*Betz*]:

$$P_w = \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{v_2}{v} \right)^2 \right] \cdot \left[ 1 + \frac{v_2}{v} \right] \cdot P_0 \quad [\text{W}]$$

o, teniendo en cuenta las ecuaciones (1.2.1) y (1.2.2):

$$P_w = 4 \cdot (a^2 - a^3) \cdot P_0 \quad [\text{W}] \quad (1.2.3)$$

es decir, depende de la potencia de la corriente de aire delante del rotor y de la ralentización de su velocidad a la altura del rotor.

La Fig. 1.2-2 muestra la relación  $P_w/P_0$  en función del factor de ralentización.

La máxima potencia obtenible  $P_{wmax}$  puede ser determinada analítica o gráficamente para la ralentización óptima

$$a_{\text{opt}} = \frac{2}{3} = 0,67 \quad (1.2.4)$$

es decir

$$P_{\text{w max}} = \frac{16}{27} P_0 = 0,5926 P_0 \quad (1.2.5)$$

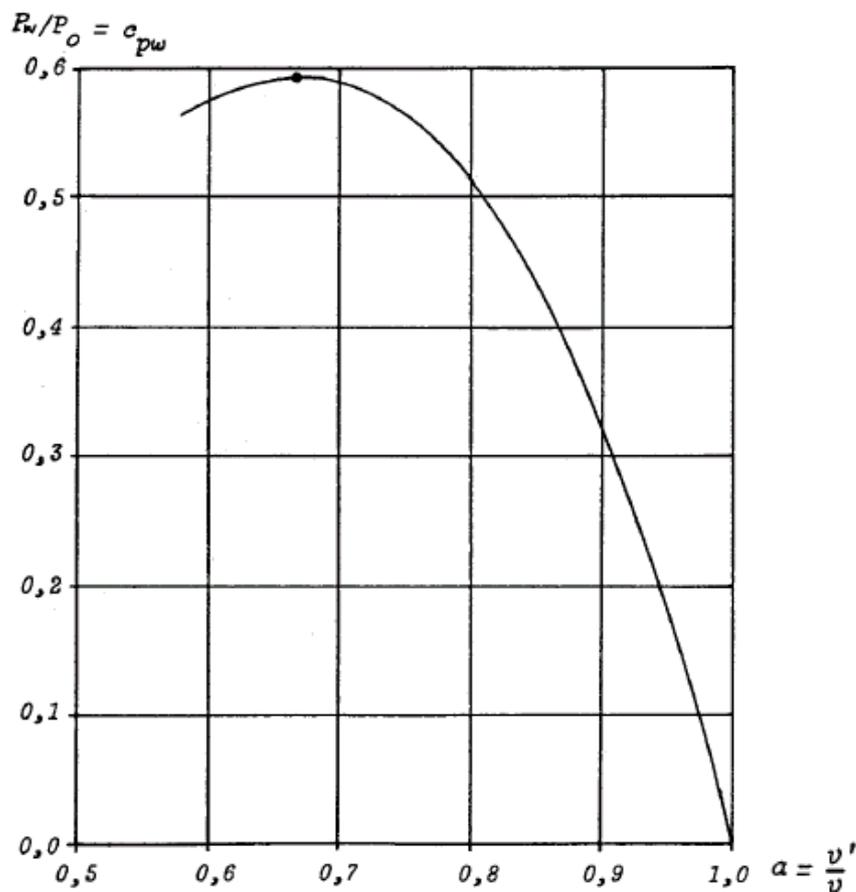
En la teoría de los aerogeneradores, la relación

$$c_{\text{pw}} = \frac{P_{\text{w}}}{P_0} \quad [-] \quad (1.2.6)$$

se denomina *coeficiente de potencia*, cuyo valor máximo es

$$c_{\text{pw max}} = \frac{16}{27} = 0,5926$$

es decir, un rotor eólico ideal sólo podría aprovechar **16/27** de la energía del viento.



**Fig. 1.2-2**

Coeficiente de potencia de un rotor ideal en función del factor de ralentización

Según la ecuación (1.2.6), la potencia máxima de un rotor es

$$P_{w \max} = c_{pw \max} \cdot P_0 \quad [\text{W}] \quad (1.2.7)$$

o, teniendo en cuenta la ecuación (1.1.2)

$$P_{w \max} = c_{pw \max} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.2.8)$$

Bajo condiciones normales (temperatura 10 °C, presión 1 bar), la densidad  $\rho$  del aire es de aprox. 1,25 kg/m<sup>3</sup>. Introduciendo este dato en la ecuación (1.2.8), para la potencia máxima del rotor ideal obtendremos esta sencilla relación

$$P_{w \max} = 0,37 \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.2.9)$$

Esta importante ecuación se denomina *fórmula o límite de Betz*.

$F$  es la superficie [m<sup>2</sup>] barrida por la longitud aerodinámicamente útil de las palas. El buje de un rotor de eje horizontal, al que están fijadas las palas, no aporta potencia. Sin embargo, teniendo en cuenta que su diámetro es pequeño con respecto al diámetro del rotor  $D$  [m], para  $F$  podemos introducir la superficie barrida por este último:

$$F = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \quad [\text{m}^2]$$

Introduciendo esta relación en la ecuación (1.2.9), obtendremos:

$$P_{w \max} = 0,29 \cdot D^2 \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.2.10)$$

Esta ecuación es sumamente práctica para realizar un cálculo rápido de la potencia máxima que puede suministrar un rotor de eje horizontal de diámetro  $D$ .

La Fig. 1.2-3 permite la lectura directa de  $P_{w \max}$  para diferentes diámetros del rotor y velocidades del viento.

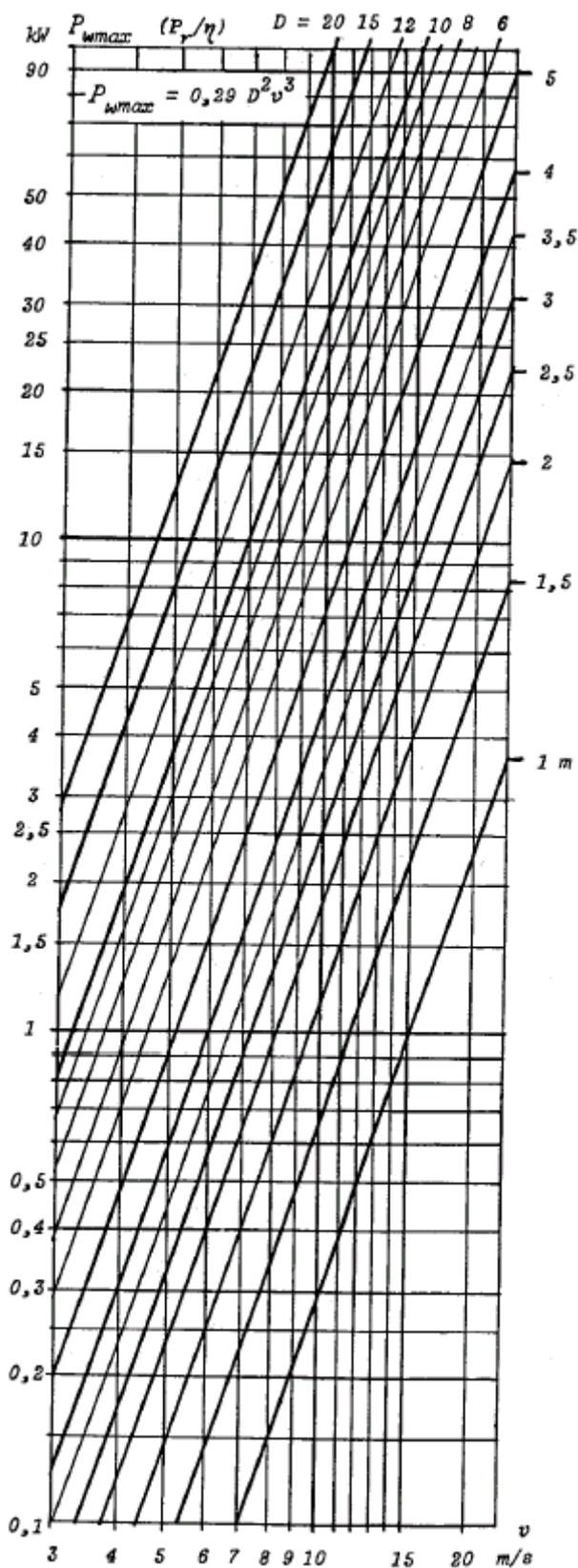
Si dividimos la ecuación (1.2.9) por la superficie  $F$ , obtendremos la máxima potencia específica o potencia por unidad de superficie del rotor:

$$p_{\max} = 0,37 \cdot v^3 \quad [\text{W/m}^2] \quad (1.2.11)$$

Esta magnitud (Fig. 1.2-4) es interesante incluso sin la presencia física de un aerogenerador, ya que indica la máxima potencia que podríamos extraerle al viento por unidad de superficie, del mismo modo que se hace con la energía solar [W/m<sup>2</sup>].

La máxima energía que podríamos extraerle a un viento de velocidad  $v$  con un rotor ideal se obtiene multiplicando la ecuación (1.2.11) por el tiempo  $T$  [h] durante el cual este viento ha soplado:

$$E_{\max} = p_{\max} \cdot T = 0,37 \cdot v^3 \cdot T \quad [\text{Wh/m}^2] \quad (1.2.12)$$



**Fig. 1 .2.-3**

Límite de Betz en función del diámetro del rotor y de la velocidad del viento (aerogeneradores de eje horizontal)

Estrictamente, la ecuación (1.2.12) sólo sería aplicable en un túnel de viento, en el que la velocidad del aire puede ser mantenida constante. En la naturaleza, la velocidad del viento varía considerablemente con el tiempo (Fig. 1.2.-5). En este caso, la energía tendría que calcularse del modo siguiente:

$$E_{\max} = 0,37/T \cdot \int_0^T v^3(t) \cdot dt \quad [\text{Wh/m}^2] \quad (1.2.13)$$

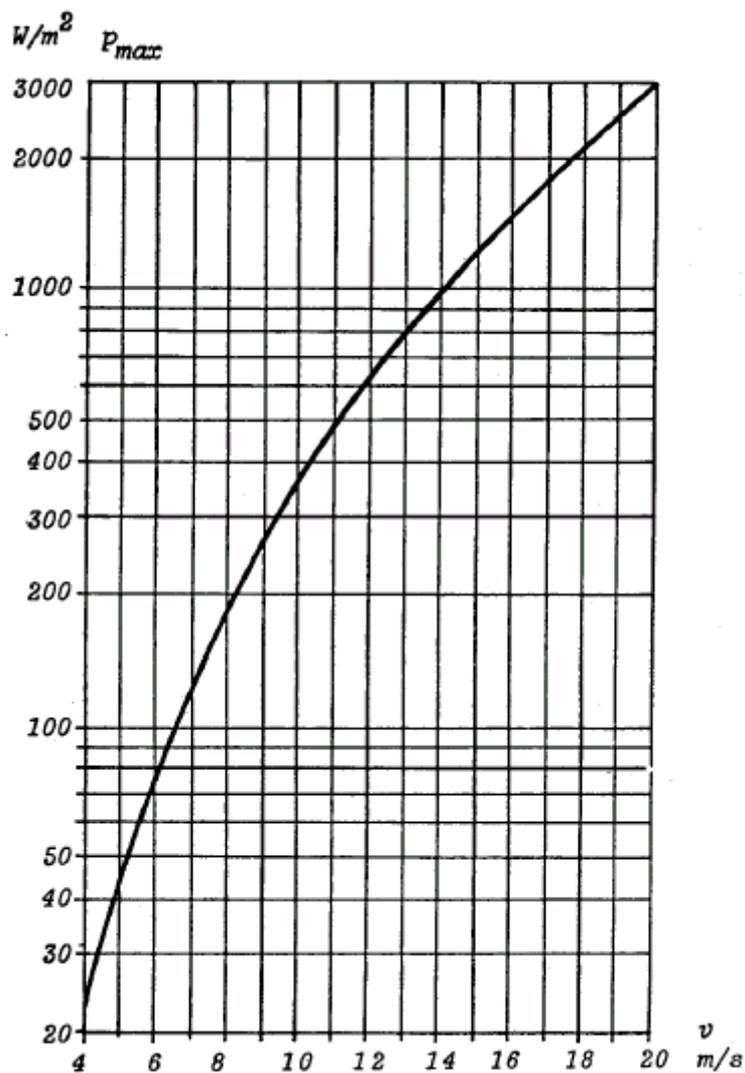
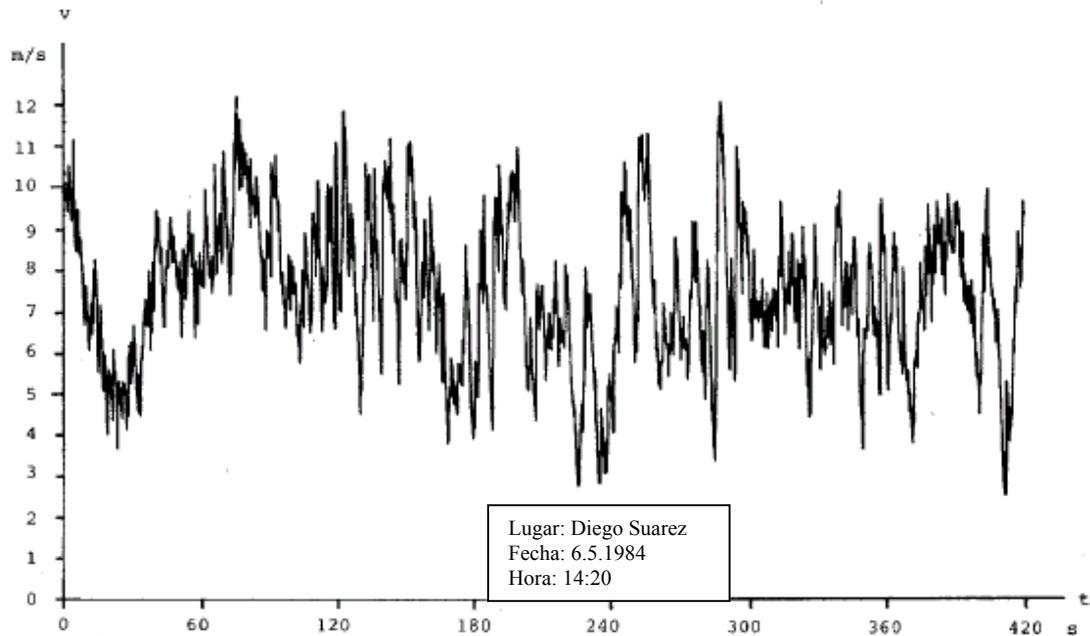


Fig. 1.2-4 Límite de *Betz* (potencia específica)



**Fig. 1.2-5** Ejemplo de una medición real de la velocidad del viento

### Ejemplo 1.2

En un túnel de viento, un rotor eólico ideal con un diámetro de 3 m es sometido durante 45 minutos a una corriente de aire constante de 8 m/s. ¿Cuánto comporta la máxima energía que este rotor le puede extraer al viento durante dicho tiempo?

$$E_{\max} = p_{w \max} \cdot T$$

De la Fig. 1.2-3 se desprende ( $v = 8$  m/s y  $D = 3$  m):

$$P_{w \max} \approx 1,35 \text{ kW}$$

y, por consiguiente:

$$E_{\max} \approx 1,35 \text{ kWh} \cdot 0,75 \text{ h} \approx 1 \text{ kWh}$$

### 1.3 Primeras conclusiones importantes de la fórmula de Betz

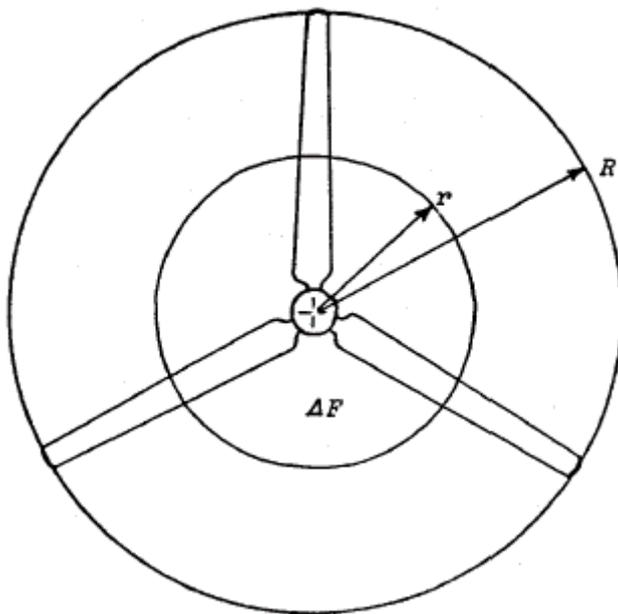
El límite de *Betz* según la ecuación (1.2.8) sólo contiene la densidad del aire, la superficie del rotor y la velocidad del viento. Según la teoría de *Betz*, este valor sólo puede ser alcanzado con un rotor ideal (ver más arriba). La influencia del número de palas sobre el coeficiente de potencia del rotor  $c_{p \max}$  será tratado más a fondo en el capítulo 2.2.10. La ecuación (1.2.10) muestra que la potencia aumenta con el cuadrado del diámetro del rotor y con el cubo de la velocidad del viento. Si duplicamos el diámetro del rotor, bajo el mismo viento obtendremos cuatro veces más potencia, ¡pero si doblamos la velocidad del viento, la potencia se multiplicará por 8! Esto muestra claramente el interés en buscar lugares con buenos vientos para reducir el diámetro del rotor y los costes de construcción del aerogenerador.

Si consiguiésemos aumentar artificialmente la velocidad del viento, podríamos producir importantes energías con rotores relativamente pequeños. En la actualidad existen diversos proyectos basados en este principio.

Otra interesante pregunta que podemos responder con la fórmula de Betz es la siguiente: ¿qué parte de las palas suministran qué porcentaje de la potencia total del rotor?

Imaginemos un rotor ideal de diámetro  $D = 2R$ . Según la ecuación (1.2.9), la parte interior de las palas (cerca del buje) suministran la siguiente potencia:

$$\Delta P_w = 0,37 \cdot \Delta F \cdot v^3$$



**Fig. 1.3-1**

Cálculo de la superficie barrida por la zona de las palas cercana al buje del rotor

Según la Fig. 1.3-1, la superficie  $\Delta F$  es:

$$\Delta F = \pi \cdot r^2$$

La potencia desarrollada por las palas en esta zona es:

$$\Delta P_w = 0,37 \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v^3$$

mientras, por definición, la potencia de todo el rotor es:

$$P_w = 0,37 \cdot \pi \cdot R^2 \cdot v^3$$

Dividiendo ambas ecuaciones, obtendremos la siguiente relación:

$$\frac{\Delta P_w}{P_w} = \left(\frac{r}{R}\right)^2 \quad (1.3.1)$$

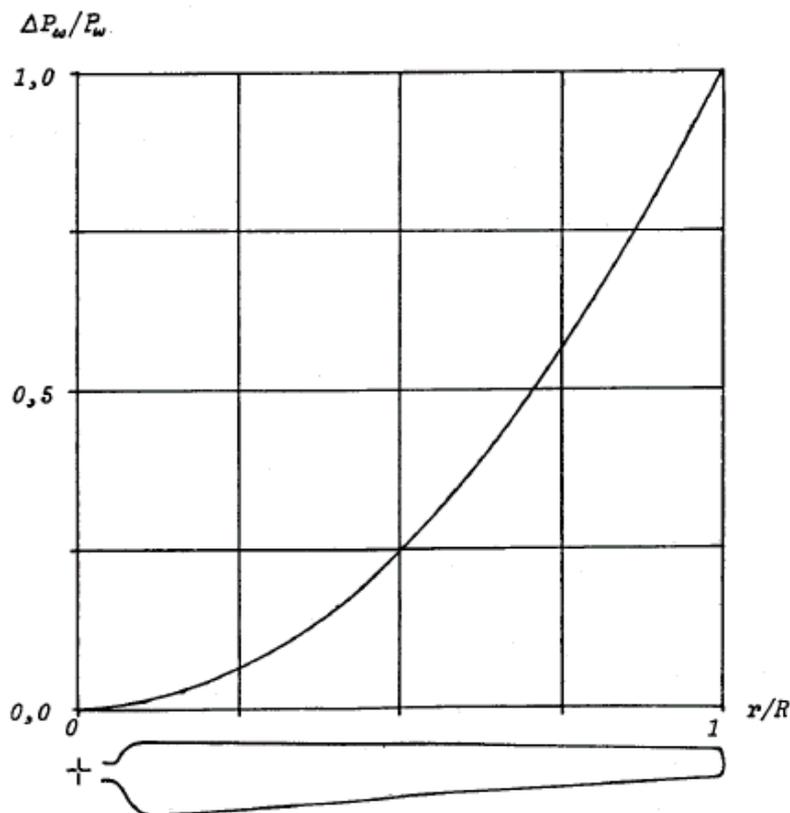
Esta ecuación está representada en la Fig. 1.3-2. En ella puede verse claramente que la parte exterior de las palas aporta la mayor parte de la potencia del rotor. Por ejemplo, la mitad interior de las palas ( $r/R = 0,5$ ) sólo aporta un 25%.

Consecuencia importante: es importante que la mitad exterior de las palas sea diseñada del modo más óptimo posible.

La potencia de un rotor eólico puede ser aumentada considerablemente incrementado ligeramente la longitud de las palas. Por ejemplo, si prolongamos las palas en un 20%, según la ecuación (1.2.10) la nueva potencia del rotor será de

$$P'_w = 0,29 \cdot (1,2 \cdot D)^2 \cdot v^3 = 1,44 \cdot P_w$$

es decir, bajo un mismo viento obtendremos un 44% más de potencia.



**Fig. 1.3-2**

La aportación de la zona de las palas entre el eje y el radio  $r$  a la potencia total del rotor

**Ejemplo 1.3**

¿En cuánto habría que aumentar el diámetro de un rotor ideal para obtener la doble potencia bajo un mismo viento?

Según la ecuación (1.2.10), para una misma velocidad del viento es válida la siguiente relación:

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2$$

La exigencia  $P_2 = 2P_1$  nos suministra

$$D_2 = \sqrt{2} D_1 = 1,414D_1$$

es decir, el diámetro debería ser aumentado en un 41,4%.

**1.4 El rotor eólico no ideal: rendimiento**

Como toda máquina, un rotor eólico tiene pérdidas. Distinguimos entre pérdidas mecánicas, eléctricas y aerodinámicas.

**Pérdidas mecánicas**

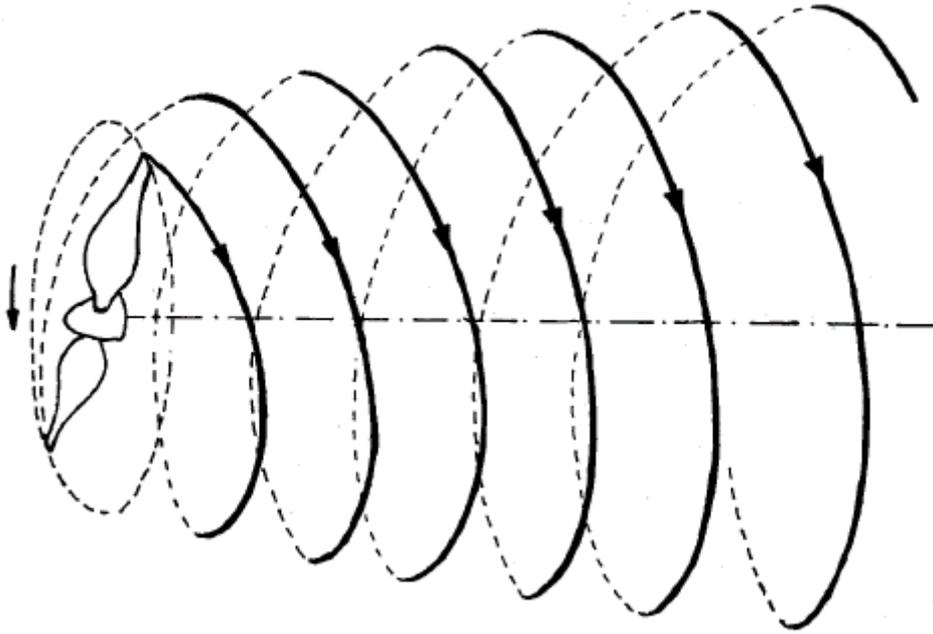
Los cojinetes del eje de transmisión y del generador eléctrico, los engranajes o las correas de transmisión etc. tienen pérdidas mecánicas (fricción).

**Pérdidas eléctricas**

El generador eléctrico o alternador, los cables y la(s) batería(s) y otros aparatos eléctricos asociados al aerogenerador tienen un determinado porcentaje de pérdidas.

**Pérdidas aerodinámicas**

1. Las palas de un rotor eólico no son ideales: tienen una resistencia aerodinámica, es decir, siempre habrá -como en la democracia- una fuerza opuesta al sentido de giro del rotor.
2. Pérdidas provocadas por la ralentización no ideal (ver capítulo 1.2) del aire a la altura del rotor: cualquier divergencia de las condiciones aerodinámicas, de la forma y posición óptimas de las palas provocará una ralentización no ideal ( $a \neq 2/3$ ), y, según la ecuación (1.2.3), una reducción de la potencia del rotor.
3. Pérdidas causadas por las turbulencias: detrás de los cantos de fuga de las palas se generan torbellinos, muy especialmente en las puntas, que giran a gran velocidad. La energía que generan estas turbulencias reduce la potencia del rotor. Además, detrás del rotor en movimiento, el aire en realidad no circula de forma laminar, sino en forma de "sacacorchos" alrededor del eje de rotación, pero - debido al principio actio-reactio- en sentido opuesto (Fig. 1.4-1). Esta rotación de la masa de aire representa una pérdida adicional de energía cinética del aire entrante, cuya magnitud aumenta con el par de giro desarrollado por el rotor. En el capítulo 1.8 demostraremos que aunque los rotores con múltiples palas desarrollan un mayor par de giro, por el otro lado tienen mayores pérdidas aerodinámicas debido a las citadas turbulencias. De todos modos, el estudio de las turbulencias que genera un rotor en movimiento es un tema sumamente complejo (teoría turbillonaria), que no tiene cabida en el presente libro.



**Fig. 1.4-1**

Turbulencia de la masa de aire detrás del rotor eólico (representación muy esquemática)

Todas estas pérdidas hacen que el límite de *Betz* no sea alcanzado. El rendimiento de un rotor eólico se puede definir de la siguiente manera:

$$\eta_w = \frac{P_w}{P_{w \max}} \quad (1.4.1)$$

donde  $P_w$  es la potencia útil disponible en el eje del rotor.

En el campo de la energía eólica, en lugar del rendimiento arriba definido, es más usual utilizar el coeficiente de potencia del rotor (ecuación (1.2.6)), que se define con respecto a la potencia del viento imperturbado:

$$c_{pw} = \frac{P_w}{P_0} \quad (1.4.2)$$

Introduciendo la ecuación (1.2.7) en (1.4.1), obtendremos la siguiente relación entre el coeficiente de potencia y el arriba definido rendimiento del rotor:

$$\eta_w = \frac{c_{pw}}{c_{pw \max}} = 1,6875 \cdot c_{pw} \quad (1.4.3)$$

o

$$c_{pw} = 0,5926 \cdot \eta_w \quad (1.4.4)$$

Según se prefiera utilizar el concepto de coeficiente de potencia según (1.4.2) o el de rendimiento neto según (1.4.1), la potencia útil de un aerogenerador puede calcularse con cualquiera de las fórmulas siguientes:

$$P_w = 0,37 \cdot \eta_w \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.4.5)$$

o

$$P_w = 0,62 \cdot c_{pw} \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.4.6)$$

Y para los aerogeneradores de eje horizontal:

$$P_w = 0,29 \cdot \eta_w \cdot D^2 \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.4.7)$$

o

$$P_w = 0,49 \cdot c_{pw} \cdot D^2 \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.4.8)$$

## 1.5 El rendimiento de un aerogenerador

Normalmente, el rotor propulsará una máquina, por ejemplo un generador eléctrico (alternador) o una bomba de agua. Por regla general, entre el rotor y la máquina de trabajo también deberá montarse un engranaje o sistema de multiplicación con poleas y correas de transmisión capaz de adaptar la velocidad de giro del rotor a la de la máquina propulsada. Además, en las eólicas para bombear agua será necesario transformar el movimiento de rotación del eje del rotor en un movimiento lineal de subida y bajada del pistón de la bomba. En los aerogeneradores que funcionan en isla, es decir, que no están conectados a la red eléctrica, la energía eléctrica no se puede utilizar de forma directa, sino que necesita ser almacenada en baterías o acumuladores.

Llamemos *instalación eólica* al conjunto formado por el rotor, cojinetes, engranaje, cables, baterías y otros dispositivos eléctricos o mecánicos.

Sean  $\eta_1, \eta_2, \dots, \eta_n$  los rendimientos de los diferentes componentes de esta cadena alimentada por el rotor de rendimiento  $\eta_w$ : La potencia al final de la cadena será la potencia útil  $P$  de toda la instalación eólica:

$$P = 0,37 \cdot \eta \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.5.1)$$

siendo

$$\eta = \eta_w \cdot \eta_1 \cdot \eta_2 \cdots \eta_n \quad (1.5.2)$$

Es decir, el rendimiento de toda la instalación es igual al producto de los rendimientos de todos los componentes que la integran.

El factor de potencia  $c_p$  de la instalación también puede ser calculado con la ecuación (1.4.4):

$$c_p = 0,5926 \cdot \eta \quad (1.5.3)$$

La tabla de la Fig. 1.5-1 contiene algunos rendimientos típicos.

<i>Denominación</i>	<i>Rendimiento (<math>\eta</math>)</i>
<i>Rotor eólico</i>	<i>30 – 80</i>
<i>Engranaje</i>	<i>50 – 80</i>
<i>Generador eléctrico (alternador)</i>	<i>50 – 98</i>
<i>Bomba a pistón</i>	<i>60 – 80</i>
<i><u>Sistema acumulador:</u></i>	
<i><u>Eléctrico</u></i>	
<i>Condensador</i>	<i>hasta 50</i>
<i><u>Electroquímico</u></i>	
<i>Batería</i>	<i>60 – 80</i>
<i><u>Químico</u></i>	
<i>Hidrógeno <math>H_2</math> (gas)</i>	<i>20 – 50</i>
<i>Hidrógeno <math>H_2</math> (líquido)</i>	<i>20 – 40</i>
<i><u>Mecánico</u></i>	
<i>Volante de inercia</i>	<i>85 – 95</i>
<i>Aire comprimido</i>	<i>hasta 65</i>

**Fig. 1.5-1** Rendimientos típicos

### **Observaciones sobre el rendimiento de una instalación eólica**

Las máquinas son convertidores de energía, es decir, transforman la energía de una forma a otra. Un generador transforma energía mecánica en eléctrica, mientras un motor hace lo contrario. Desgraciadamente, cuando el petróleo era muy barato, en los países industrializados no le dábamos demasiada importancia al rendimiento. Un ejemplo: según las leyes de la termodinámica, un motor de explosión no puede tener un rendimiento superior al 30%, es decir, el 70% de la energía que contiene el combustible se pierde en forma de calor (y dióxido de carbono). En las instalaciones eólicas, sobre todo las pequeñas y medianas, un alto rendimiento no es tan importante, ya que el viento (de momento) es gratuito. Sin embargo, un buen rendimiento permite reducir el diámetro del rotor, lo cual ahorra costes y problemas constructivos y mecánicos. Siempre tendremos la posibilidad de encontrar un compromiso: podemos utilizar palas aerodinámicamente menos eficientes, compensando la reducción del rendimiento con un aumento el diámetro del rotor. Mientras la energía del viento siga siendo gratuita, este tipo de solución siempre será sostenible.

**Ejemplo 1.5**

Un constructor ofrece un aerogenerador eléctrico de 3,2 metros de diámetro, que según las especificaciones desarrolla una potencia de 400 vatios bajo un viento de 7 m/s.

Durante el funcionamiento nominal, el rendimiento del generador utilizado es de 80% y el del engranaje de transmisión de 95%. ¿Con qué factor de potencia trabaja el rotor durante el funcionamiento nominal si prescindimos de las demás pérdidas del sistema?

A la velocidad nominal del viento  $v = 7$  m/s, el límite de Betz (ecuación 1.2.10) es:

$$P_{\max} = 1018,6 \text{ W}$$

y el rendimiento global de la instalación:

$$\eta = \frac{400}{1018,6} = 0,393$$

Según la ecuación (1.5.2), el rendimiento del rotor será:

$$\eta_w = \frac{0,393}{0,8 \cdot 0,95} = 0,517$$

o 51,7 %

el cual, según la ecuación (1.4.4), equivale al siguiente coeficiente de potencia del rotor

$$c_{pw} = 0,5926 \cdot 0,517 = 0,3$$

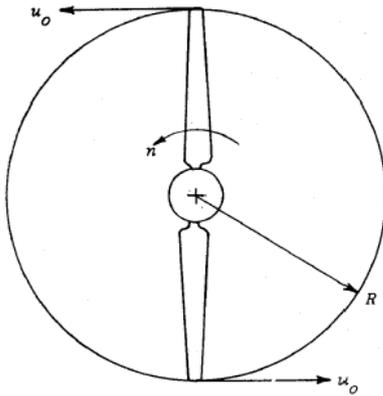
**1.6 Velocidad específica de un rotor eólico**

Para la descripción del funcionamiento y el cálculo de la forma y posición óptimas de las palas del rotor, la introducción de una relación denominada *velocidad específica*  $\lambda_o$  ha demostrado ser de gran utilidad.

Definición:

$$\lambda_o = \frac{u_o}{v} \quad [-], \quad (1.6.1)$$

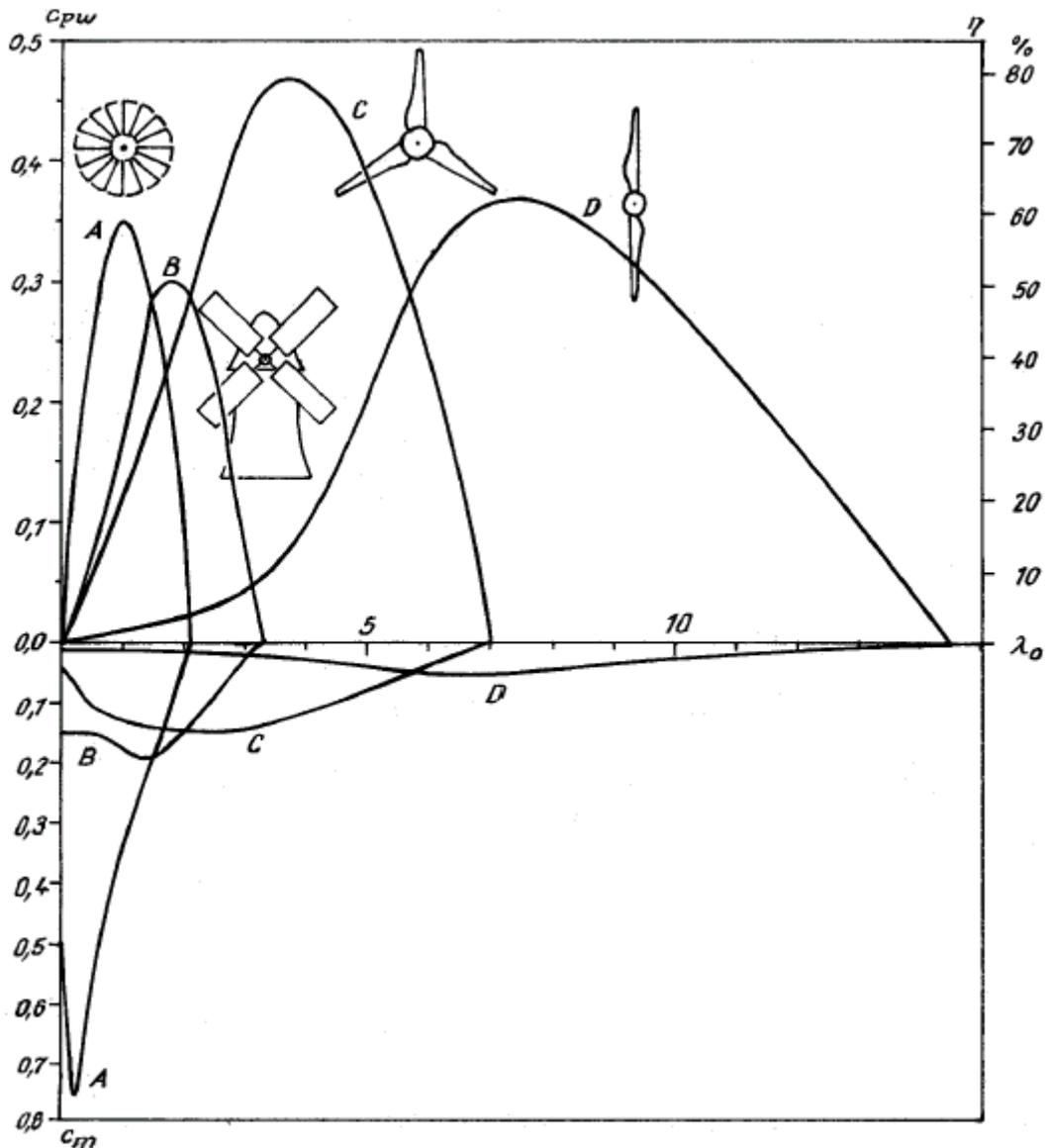
$u_o$  es la velocidad de las puntas de las palas y  $v$  la velocidad del viento delante del rotor (Fig. 1.6-1).



**Fig. 1.6-1** Velocidad de las puntas de las palas

Como mostraremos más detalladamente en la segunda parte del libro, las palas de un rotor sólo trabajan óptimamente, es decir, desarrollan su máxima potencia bajo una determinada velocidad específica  $\lambda_o$  para la que fueron diseñadas. Cualquier desviación de este valor tendrá como consecuencia una disminución del rendimiento del rotor. Uno de los motivos es que el aire a la altura de las palas sólo adquiere el factor de ralentización óptimo de *Betz* ( $a = 2/3$ , ecuación (1.2.4)) bajo dicha *velocidad específica nominal o de diseño*  $\lambda_d$ . La ecuación (1.4.5) sigue siendo válida, pero  $\eta_w$  ya no puede ser considerada una constante, sino que dependerá de la velocidad específica momentánea del rotor  $\lambda_o$ , por lo que la potencia del mismo también será una función de la velocidad específica momentánea:

$$P_w(\lambda_o) = 0,37 \cdot \eta(\lambda_o) \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.6.2)$$



**Fig. 1.6-2**

Características *coeficiente de potencia versus velocidad específica* de algunos típicos rotores de eje horizontal

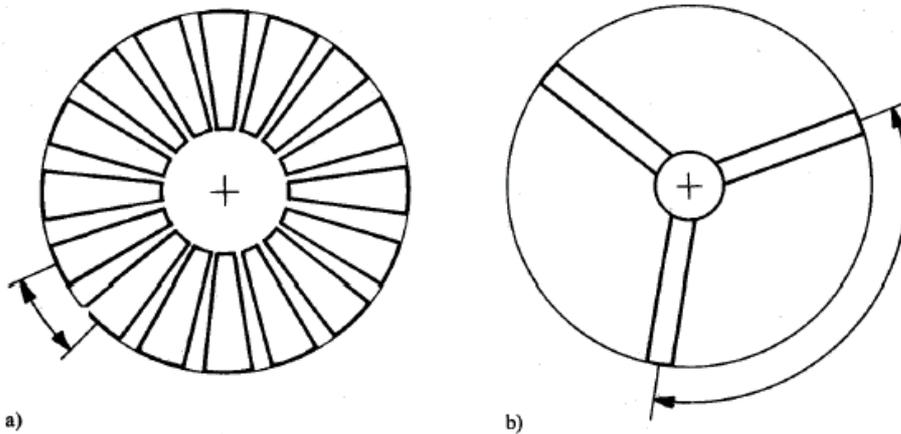
- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| A: Turbina “americana” de bombeo de 16 palas | ( $\lambda_d$ del orden de 1)    |
| B: Molino “holandés” de 4 palas              | ( $\lambda_d$ del orden de 2)    |
| C: Eólica moderna rápida de 3 palas          | ( $\lambda_d$ entre 3 y 5)       |
| D: Eólica moderna rápida de 2 palas          | ( $\lambda_d$ entre 7 y 9 o más) |

Las velocidades específicas nominales  $\lambda_d$  de cada tipo de rotor se encuentran debajo de los máximos de las respectivas características, es decir:

$$\lambda_d = \lambda_0(\eta_{\max}) \quad (1.6.3)$$

En la práctica, hoy existen rotores con  $0,9 < \lambda_d < 15$ , en casos excepcionales hasta 20. La velocidad específica nominal  $\lambda_d$  permite catalogar los rotores de la siguiente manera: aquellos con  $\lambda_d$  hasta aprox. 3 se llaman “lentos” y los de  $\lambda_d > 4$  “rápidos”. Una

característica óptica es la distancia entre las palas, que aumenta con la velocidad específica nominal (Fig. 1.6-3). Los típicos rotores lentos, como las llamadas turbinas americanas, que tanto se utilizaron en la agricultura del siglo 19 y principios del 20 para bombear agua, tienen muchas palas (es decir, pequeñas distancias entre las mismas). Los rotores modernos de alta tecnología con  $\lambda_d = 15$  o más pueden llegar a tener una sola pala con un contrapeso.



**Fig. 1.6-3**

a) Rotor “lento”: pequeña distancia entre las palas; b) rotor “rápido”: gran distancia entre las palas

La velocidad específica puede ser calculada a partir de la velocidad de rotación del rotor. Según las leyes de la mecánica, la velocidad de un punto que gira alrededor de un eje es (Fig. 1.6-1):

$$u_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot R}{60} \cdot n \quad [\text{m/s}] \quad (1.6.4)$$

siendo  $n$  la velocidad de giro del rotor [r.p.m.] y  $R$  el radio [m].

Introduciendo esta relación en la ecuación (1.6.1), con  $R = D/2$  obtendremos:

$$\lambda_0 = \frac{\pi \cdot D \cdot n}{60v} \quad [-] \quad (1.6.5)$$

Conociendo la velocidad del viento y la velocidad de giro y el diámetro del rotor, con la ecuación (1.6.5) podemos calcular la respectiva velocidad específica momentánea  $\lambda_0$ .

**Ejemplo 1.6**

Supongamos que la velocidad de giro nominal de la eólica del ejemplo 1.5 es de 420 r.p.m.

¿Cuál será la velocidad específica nominal del rotor?

¿Qué velocidad tendrán las puntas de las palas bajo un viento de 10 m/s?

Aplicando la ecuación (1.6.4) obtendremos:

$$\lambda_o = \frac{\pi \cdot 3,2 \cdot 420}{60 \cdot 7} \approx 10$$

Según la definición (1.6.1), las puntas de las palas tendrán la siguiente velocidad:

$$u_o = \lambda_o \cdot v = 10 \cdot 10 = 100 \text{ m/s} = 360 \text{ km/h} \rightarrow \text{¡PELIGRO!}$$

**1.7 Velocidad de giro de un rotor eólico**

La velocidad de giro en [r.p.m.] puede calcularse con la ecuación (1.6.5):

$$n = \frac{60 \cdot \lambda_o \cdot v}{\pi \cdot D} \quad (1.7.1)$$

La velocidad de giro óptima, bajo la cual el rotor genera su potencia máxima, es:

$$n_{opt} = \frac{60 \cdot \lambda_d \cdot v}{\pi \cdot D} \quad (1.7.2)$$

es decir, para cada velocidad del viento  $v$  existe una velocidad de giro óptima del rotor, bajo la cual éste generará su máxima potencia bajo dicho viento.

En la Fig. 1.7-1 se puede determinar gráficamente la velocidad de giro óptima en función del diámetro  $D$  y de la velocidad específica nominal del rotor  $\lambda_d$  y de la velocidad del viento  $v$ .

**Ejemplo 1.7**

¿Cuál es la velocidad de giro óptima de un rotor de 7 metros de diámetro diseñado para una velocidad específica nominal de  $\lambda_d = 7$  cuando el viento sopla a una velocidad de 10 m/s?

Ver la Fig. 1.7-1: si desplazamos el punto de intersección de la línea  $v = 10$  m/s con la línea  $D = 7$  m verticalmente hacia abajo y lo posicionamos sobre la escala correspondiente a  $\lambda_d = 7$ , obtendremos una velocidad de giro nominal de aproximadamente 200 r.p.m.

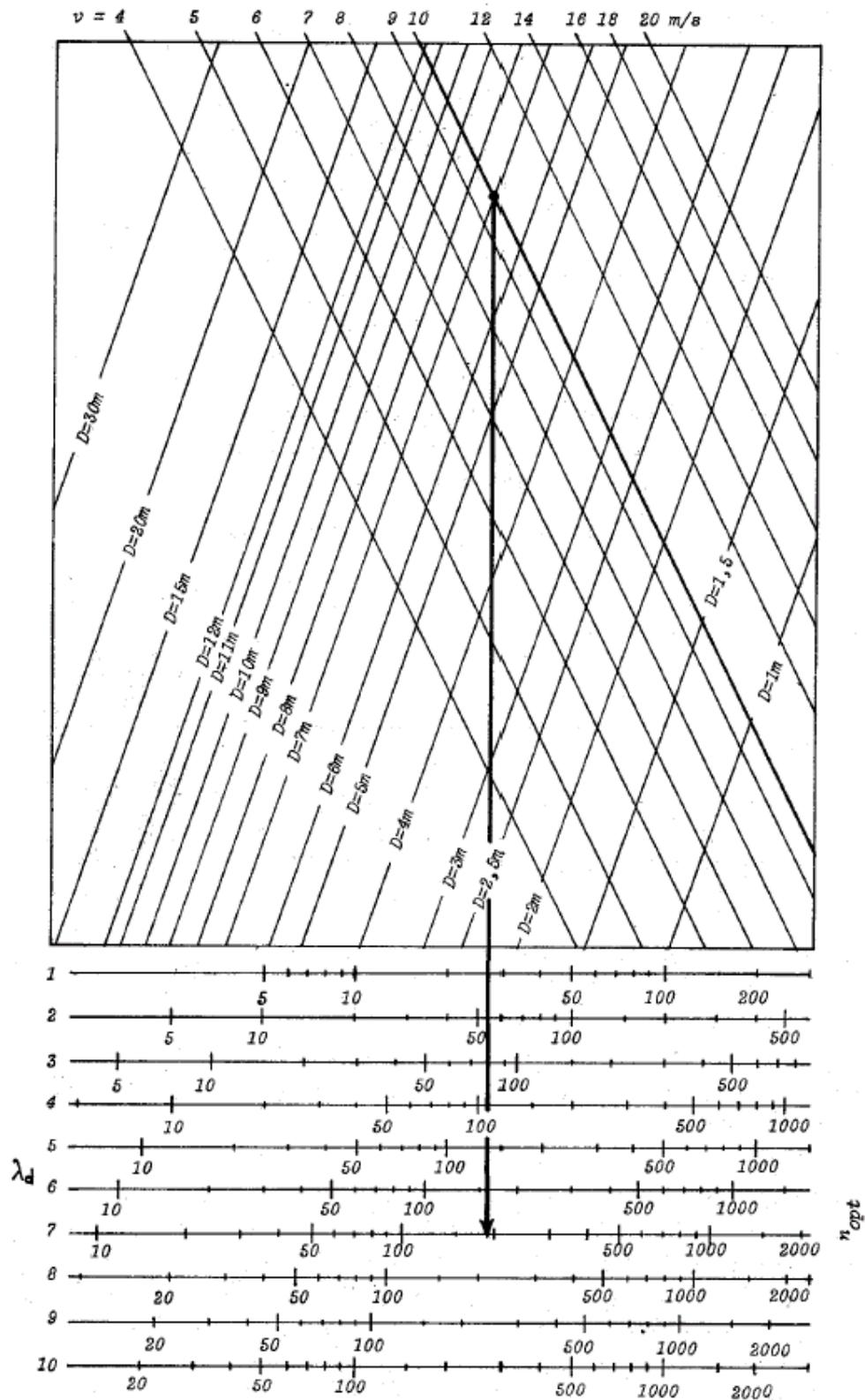


Fig. 1.7-1 Diagrama para determinar la velocidad de giro óptima de un rotor

### 1.8 Par de giro de un rotor eólico

Según las leyes de la mecánica, un rotor que genera una potencia  $P_w$  [W] a la velocidad de giro  $n$  [r.p.m.] desarrolla el siguiente par de giro  $M_w$ :

$$M_w = \frac{60 \cdot P_w}{2 \cdot \pi \cdot n} \quad [\text{Nm}] \quad (1.8.1)$$

Introduciendo en esta fórmula las ecuaciones (1.2.8) y (1.7.1), para  $D = 2R$  obtendremos:

$$M_w = \frac{c_{pw}}{\lambda_o} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot RF \cdot v^2 \quad [\text{Nm}] \quad (1.8.2)$$

o, expresado de otro modo

$$M_w = c_m \cdot \frac{\rho}{2} \cdot RF \cdot v^2 \quad [\text{Nm}] \quad (1.8.3)$$

Denominemos el factor

$$c_m = \frac{c_{pw}}{\lambda_o} \quad [-] \quad (1.8.4)$$

*coeficiente de par* del rotor eólico. Este valor puede determinarse punto por punto a partir de la característica  $c_{pw}, \lambda_o$ .

Para ello, dividiremos cada valor  $c_{pw}$  por su respectivo valor  $\lambda_o$  y a continuación representaremos  $c_m$  en función de  $\lambda_o$ .

Especialmente interesante es el par de arranque  $M_o$  del rotor, es decir, el par de giro que las palas desarrollan cuando el rotor está parado ( $\lambda_o = 0$ ):

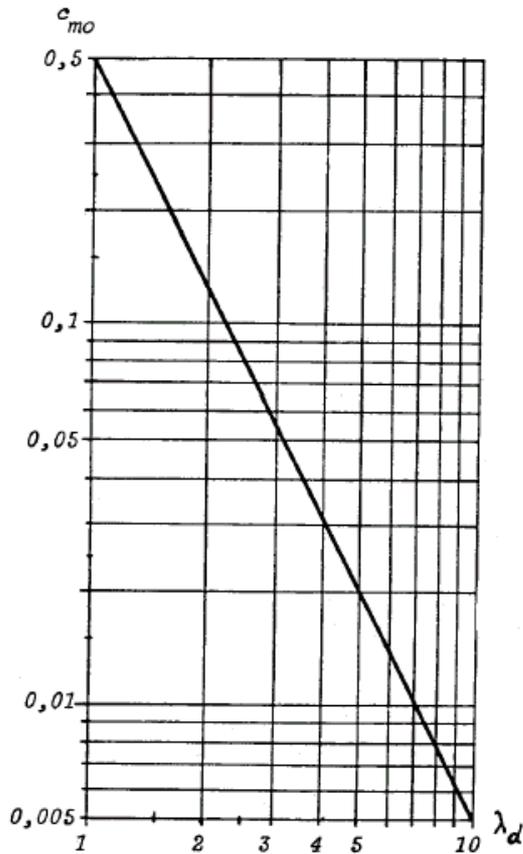
$$M_o = c_{m0} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot RF \cdot v^2 \quad [\text{Nm}] \quad (1.8.5)$$

Sin embargo, el correspondiente coeficiente de par  $c_{m0}$  no puede ser calculado analíticamente, ya que para  $\lambda_o = 0$  (rotor parado)  $\rightarrow c_{pw} = 0$  y la relación  $c_{m0} = 0/0$  no tiene solución matemática (ecuación (1.8.4)).

Como es lógico, a partir de una velocidad del viento energéticamente interesante, el par de arranque del rotor  $M_o$  deberá ser mayor que el par de arranque requerido por el conjunto engranaje - máquina de trabajo acoplado al mismo. [Lysen] ofrece la siguiente fórmula empírica para calcular el *coeficiente de par de arranque* del rotor:

$$c_{m0} \approx \frac{0,5}{\lambda_o^2} \quad [-] \quad (1.8.6)$$

siendo  $\lambda_d$  la velocidad específica nominal o de diseño del rotor (ver capítulo 1.6). La Fig. 1.8-1 representa este factor en función de  $\lambda_d$ .



**Fig. 1.8-1**  
Coeficiente de par de arranque [Lysen]

En el cuadrante inferior de la Fig. 1.6-2 hemos representado las características  $c_m$ ,  $\lambda_o$  de cuatro tipos de rotores. De estas características se desprende otra propiedad general de los diferentes tipos de eólicas: a la misma velocidad del viento y diámetro del rotor, el par de arranque es inversamente proporcional al cuadrado de la velocidad específica nominal  $\lambda_d$ . Los rotores lentos con muchas palas (tipo A) tienen un generoso par de arranque, mientras que los rotores rápidos de 2 palas (tipo D) tendrán más dificultades en arrancar. Este hecho es un inconveniente de las eólicas rápidas: sin medidas especiales (modificación de ángulo de ataque de las palas al arrancar, utilización de un embrague o arranque con la máquina de trabajo en vacío), a estos rotores les cuesta arrancar por sí solos bajo vientos relativamente moderados.

**Ejemplo 1.8**

¿Qué par de giro desarrolla el rotor del ejemplo 1.5, si su velocidad de giro nominal es de 420 r.p.m.?

En el servicio nominal, la potencia de la instalación eólica es  $P_r = 400$  W. Para determinar la potencia desarrollada por el rotor  $P_w$  tendremos que dividir  $P_r$  por el producto de los rendimientos del generador y del engranaje o dispositivo de transmisión:

$$P_w = \frac{400}{0,8 \cdot 0,95} = 526 \text{ W}$$

Apliquemos la ecuación (1.8.1):

$$M_w = \frac{60 \cdot 526}{2 \cdot \pi \cdot 420} \approx 12 \text{ Nm}$$

Según el ejemplo 1.5, el coeficiente de potencia del rotor es  $c_{pw} = 0,3$  y su respectiva velocidad específica  $\lambda_o = 10$ . Introduciendo estos valores en la ecuación (1.8.2) (siendo  $F = \pi \cdot D^2/4$ ):

$$M_w = \frac{0,3}{10} \cdot \frac{1,25}{2} \cdot 1,6 \cdot \frac{\pi \cdot 3,2^2}{4} \cdot 7^2 \approx 12 \text{ Nm}$$

**1.9 Las características de potencia y par de giro de un rotor eólico****1.9.1 La característica potencia versus velocidad de giro**

En el capítulo 1.6 ya hemos visto que el coeficiente de potencia del rotor varía con la velocidad específica del mismo (Fig. 1.6-2), es decir

$$c_{pw} = c_{pw}(\lambda_o)$$

Por el otro lado, según la ecuación (1.6.5), la velocidad específica es una función de la velocidad de giro del rotor y de la velocidad del viento:

$$\lambda_o = \lambda_o(n, v)$$

Por lo tanto, para el coeficiente de potencia podemos escribir:

$$c_{pw} = c_{pw}(n, v)$$

y, según la ecuación (1.4.2), para la potencia:

$$P_w = c_{pw}(n, v) \cdot \frac{\rho}{2} \cdot F \cdot v^3 = P_w(n, v) \quad [\text{W}]$$

es decir, la potencia desarrollada por un determinado rotor de superficie  $F$  [m<sup>2</sup>] es una función de su velocidad de giro y de la velocidad del viento.

La función  $P_w(n, v)$  representa el conjunto de características de potencia del rotor.

Si en esta ecuación introducimos  $\rho = 1,25$  kg/m<sup>3</sup> (densidad del aire), obtendremos:

$$P_w(n, v) = 0,625 \cdot c_{pw}(n, v) \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.9.1.1)$$

o, si se prefiere trabajar con el concepto de rendimiento (ecuación 1.4.1):

$$P_w(n, v) = 0,37 \cdot \eta_w(n, v) \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}] \quad (1.9.1.2)$$

### 1.9.2 La característica par de giro versus velocidad de giro

Teniendo en cuenta que el coeficiente de potencia  $c_{pw}$  depende de la velocidad específica  $\lambda_o$ , debido a la ecuación (1.8.4) el coeficiente de par  $c_m$  también dependerá de ésta, es decir:

$$c_m(n, v) = \frac{c_{pw}(n, v)}{\lambda_o(n, v)}$$

Según la ecuación (1.8.3), para el par de giro podemos escribir:

$$M_w(n, v) = c_m(n, v) \cdot \frac{Q}{2} \cdot RF \cdot v^2 \quad [\text{Nm}]$$

La función  $M_w(n, v)$  representa el conjunto de características de par de giro del rotor.

Para  $\rho = 1,25$  kg/m<sup>3</sup> obtendremos:

$$M(n, v) = 0,625 \cdot c_m(n, v) \cdot RF \cdot v^2 \quad [\text{Nm}] \quad (1.9.2.1)$$

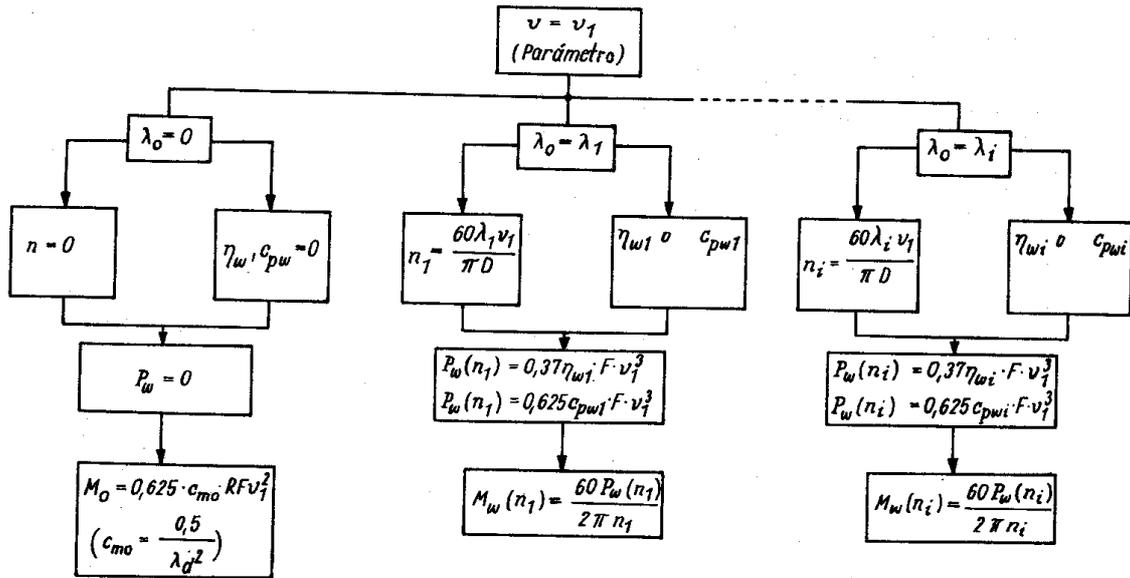
El par de giro de arranque ( $n = 0$ ) es

$$M_o(v) = 0,625 \cdot c_{mo} \cdot RF \cdot v^2 \quad [\text{Nm}] \quad (1.9.2.2)$$

y puede ser calculado introduciendo para  $c_{mo}$  el valor empírico expresado por la ecuación (1.8.6):

En el campo de la energía eólica es habitual representar  $P_w$  y  $M_w$  en función de la velocidad de giro, con la velocidad del viento como parámetro.

La Fig. 1.9-1 muestra esquemáticamente el método de cálculo para la determinación de estas características conociendo la característica  $c_{pw}(\lambda_o)$  y la superficie del rotor eólico.

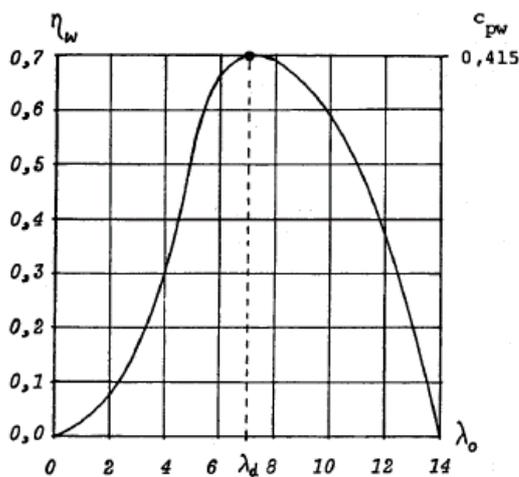


**Fig. 1.9-1** Método general para el cálculo de las características de potencia y par de giro de un rotor eólico

**Ejemplo 1.9**

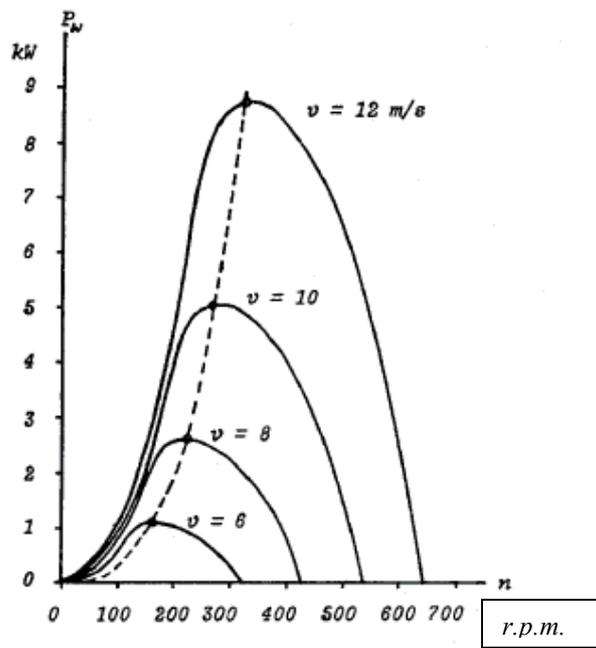
Determinar las características de potencia y par de giro de un rotor de diámetro  $D = 5$  m, cuya característica  $c_{pw}(\lambda_0)$  se representa en la Fig. 1.9-2.

En la tabla de la Fig. 1.9-3 se indican todos los valores calculados según el método indicado en la Fig. 1.9-1.



**Fig. 1.9-2**

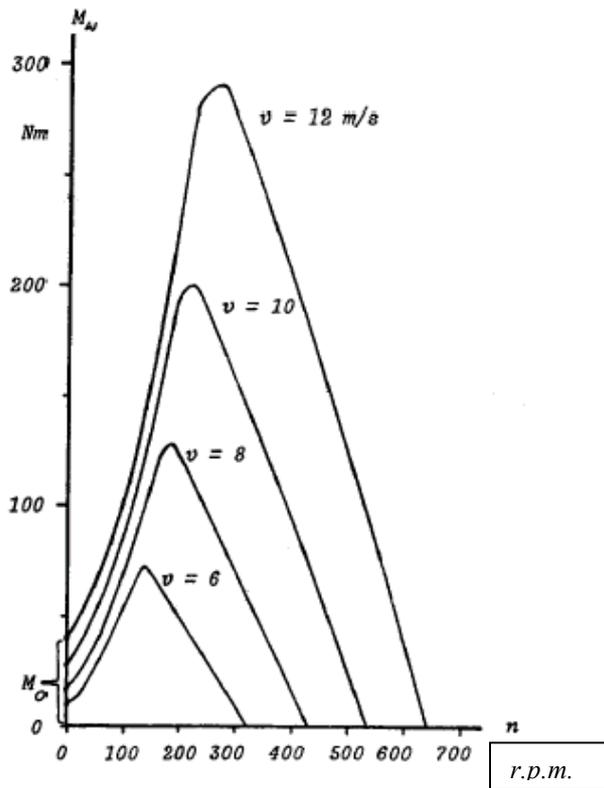
Ejemplo de una característica  $c_{pw}(\lambda_0)$  de un rotor con una velocidad específica nominal  $\lambda_d = 7$



**Fig. 1.9-4** Característica potencia versus velocidad de giro de un rotor con la característica  $c_{pw}(\lambda_0)$  representada en la Fig. 1.9-2

$\lambda_0$	$\eta_w$	$c_{p,w}$	$c_m$	$v = 4 \text{ m/s}$			$v = 6 \text{ m/s}$			$v = 8 \text{ m/s}$			$v = 10 \text{ m/s}$			$v = 12 \text{ m/s}$			$v = \text{ m/s}$					
				$n$	$P_w$	$M_w$	$n$	$P_w$	$M_w$	$n$	$P_w$	$M_w$	$n$	$P_w$	$M_w$	$n$	$P_w$	$M_w$	$n$	$P_w$	$M_w$	$n$	$P_w$	$M_w$
-	-	-	-	$U_{lmin}$	$W$	$Nm$	$U_{lmin}$	$W$	$Nm$	$U_{lmin}$	$W$	$Nm$	$U_{lmin}$	$W$	$Nm$	$U_{lmin}$	$W$	$Nm$	$U_{lmin}$	$W$	$Nm$	$U_{lmin}$	$W$	$Nm$
0	0	0	( $c_{mo}$ ) 0,0102	0	0	(Mo) 5	0	0	(Mo) 11	0	0	(Mo) 20	0	0	(Mo) 31	0	0	(Mo) 45	0	0	(Mo) 45	0	0	0
1	0,025	0,0148	0,0148	15,3	11	7	22,3	39	16	30,6	93	29	38,2	181	45	45,9	313	65	45,9	313	65			
2	0,075	0,0444	0,0222	30,6	35	11	45,9	118	25	61,1	278	43	76,4	544	68	91,7	940	98	91,7	940	98			
3	0,16	0,0948	0,0316	45,9	74	15	68,8	251	35	91,7	594	62	114,6	1160	97	137,6	2004	139	137,6	2004	139			
4	0,30	0,1778	0,0444	61,1	139	22	91,7	470	49	122,3	1114	87	152,9	2175	136	183,4	3758	196	183,4	3758	196			
5	0,53	0,3141	0,0628	76,4	246	31	114,6	830	69	152,9	1967	123	191,1	3842	192	229,3	6640	277	229,3	6640	277			
6	0,66	0,3971	0,0652	91,7	306	32	137,6	1034	72	183,4	2450	128	229,3	4785	199	275,2	8268	287	275,2	8268	287			
7	0,70	0,4148	0,0593	107	325	29	160,5	1092	65	214	2598	116	267,5	5075	181	321	8770	261	321	8770	261			
8	0,69	0,4089	0,0511	122,3	320	25	183,4	1081	56	244,6	2561	100	305,7	5002	156	367	8644	225	367	8644	225			
9	0,65	0,3852	0,0428	137,6	302	21	206,4	1018	47	275,2	2413	84	343,9	4712	131	412,7	8743	189	412,7	8743	189			
10	0,59	0,3496	0,0350	152,9	274	17	229,3	924	38	305,7	2190	68	382,2	4277	107	458,6	7392	154	458,6	7392	154			
11	0,50	0,2963	0,0269	168,2	232	13	252,7	783	30	336,3	1856	53	420,4	3625	82	504,5	6264	119	504,5	6264	119			
12	0,37	0,2193	0,0183	183,4	172	9	275,2	578	20	366,9	1373	36	456,6	2682	56	550,3	4635	80	550,3	4635	80			
13	0,20	0,1185	0,0091	198,7	93	4	298,1	313	10	397,5	742	18	496,8	1450	28	596,2	2507	40	596,2	2507	40			
14	0,00	0,0	0,0	214	0	0	321	0	0	428	0	0	535	0	0	642	0	0	642	0	0			

Fig. 1.9-3 Valores numéricos del cálculo de las características de potencia y par de giro del rotor eólico con la característica representada en la Fig. 1.9-2



**Fig. 1.9-5**

Característica par de giro versus velocidad de giro de un rotor con la característica  $c_{pw}(\lambda_o)$  representada en la Fig. 1.9-2 calculada con la ecuación (1.9.2.1)

### 1.10 Adaptación de un rotor eólico a una máquina de trabajo

En la antigüedad, los rotores eólicos se acoplaban, a través de maravillosos ejes, engranajes y una serie de construcciones de madera, a las piedras de moler trigo (de ahí que el pueblo los siga llamando “molinos de viento”).

Hoy en día, probablemente optaremos por acoplarlos a una bomba para bombear agua o a un generador para generar energía eléctrica.

Las eólicas eléctricas modernas pueden funcionar de modo autónomo (también llamado “en isla”) o conectadas en paralelo a una red eléctrica. En el funcionamiento autónómico, la energía eléctrica producida deberá ser almacenada en baterías o acumuladores. En el funcionamiento en paralelo con la red eléctrica, el generador sincrónico o asíncrono se conecta –a través de un transformador y un sistema de regulación- directamente a la red, que “absorbe” la energía generada por la eólica, es decir, la red actúa de “acumulador”. Todos los parques eólicos modernos funcionan de esta manera. Las eólicas modernas, cuyos generadores sincrónicos están conectados a la red, tienen una velocidad de giro constante. En caso de ausencia de viento o cuando la velocidad del mismo no es suficiente para producir energía, el generador trabaja como motor propulsado por la red, es decir, el rotor trabaja como “ventilador”. En este caso, un dispositivo especial las desconecta de la red.

Para utilizar un rotor eólico como propulsor de una máquina (bomba, generador, compresor), deberán tenerse en cuenta las siguientes consideraciones:

- La máquina de trabajo deberá adaptarse al rotor eólico lo más óptimamente posible, tanto a nivel de la potencia como del par de giro, de tal modo que el conjunto tenga el máximo rendimiento posible para los vientos energéticamente más interesantes. En otras palabras: el punto de trabajo del sistema rotor / máquina de trabajo debería encontrarse lo más cerca posible de los máximos (cumbres) de las respectivas características potencia versus velocidad de giro del rotor. Desgraciadamente, en la práctica esta exigencia raras veces podrá cumplirse, ya que será difícil encontrar (o desarrollar) una máquina que tenga su punto de trabajo perfectamente adaptado al rotor eólico, definido por el siguiente par de valores ideales ( $P_{id}, n_{id}$ ) (característica potencia versus velocidad de giro de la máquina):

$$P_{id} = P_{w \max} = 0,37 \cdot \eta_{w \max} \cdot F \cdot v^3 = 0,37 \eta_w (\lambda_0 = \lambda_d) \cdot F \cdot v^3 \quad [\text{W}]$$

y

$$n_{id} = n_{w \text{ opt}} = \frac{60 \cdot \lambda_d \cdot v}{\pi \cdot D}$$

Por lo tanto, la característica  $P, n$  ideal de la máquina sería la curva que une las cimas (máximos) de las características  $P, n$  del rotor eólico (Fig. 1.9-4).

- Cuando la máquina de trabajo alcanza su máxima potencia admisible, deberá limitarse la potencia suministrada por el rotor eólico. Al no poder influenciar de modo directo la energía de entrada (el viento), esta limitación deberá realizarse en la eólica misma. En el capítulo 2.4 se describen algunas posibilidades al respecto.
- Las velocidades nominales de giro del rotor y de la máquina de trabajo generalmente serán diferentes, por lo que deberá utilizarse un engranaje o dispositivo multiplicador. Además, en las eólicas para bombear agua será necesario transformar el movimiento de rotación del eje del rotor en un movimiento lineal de subida y bajada del pistón o émbolo de la bomba (Fig. 1.11-6).
- Exceptuando los aerogeneradores conectados a la red eléctrica, que pueden ser puestos en marcha con el generador sincrónico trabajando como motor, el par de arranque del rotor  $M_0$  (ecuación (1.8.1)) deberá ser superior al par de arranque requerido por el conjunto engranaje / máquina de trabajo bajo un viento energéticamente interesante (por regla general 4 - 5 m/s; en las eólicas de bombeo incluso 3 m/s). Especialmente en las eólicas rápidas con sólo dos palas esta condición es difícil de cumplir si no disponen de dispositivos especiales que ayuden a poner en marcha el rotor a velocidades del viento relativamente moderadas. A continuación, algunas posibilidades para ayudar a arrancar el rotor:
  - a) Modificar el ángulo de ataque de las palas, es decir, colocar las palas en una posición que desarrolle un mayor par de arranque cuando el rotor está parado. A medida que el rotor gana velocidad, las palas son llevadas

automáticamente a su posición normal. Esto puede realizarse por ejemplo con reguladores centrífugos (ver capítulo 2.4).

- b) Actuar entre el rotor y la máquina de trabajo; por ejemplo utilizando un embrague centrífugo, que permite que el rotor se embale antes de “acoplar” su eje al conjunto máquina / engranaje.
- c) Actuar en la máquina de trabajo: por debajo de una determinada velocidad de giro del rotor (o del viento), la máquina deberá trabajar en vacío para que el rotor pueda arrancar libremente. En los generadores eléctricos esto se consigue desconectando la corriente de excitación hasta que el rotor no haya alcanzado una determinada velocidad de giro.

### 1.11 Determinación del factor de multiplicación óptimo entre el rotor eólico y la máquina de trabajo

A continuación utilizaremos tres ejemplos de cómo adaptar óptimamente la velocidad de giro del rotor a la de la máquina de trabajo (factor de multiplicación del engranaje o dispositivo de transmisión).

#### Ejemplo 1: Eólica eléctrica autónoma (funcionamiento en isla)

Queremos adaptar un rotor eólico ( $D = 1,6 \text{ m}$ ,  $\lambda_d = 7 \text{ m}$ ,  $\eta_{swmax} = 0,7$ ), con las características potencia versus velocidad de giro representadas en la Fig. 1.11-1, a un alternador de camión de 24 voltios. La hoja de datos del alternador contiene la característica corriente – tensión representada en la Fig. 1.11-2 (a una tensión constante de los bornes de  $U = 28\text{V}$ ).

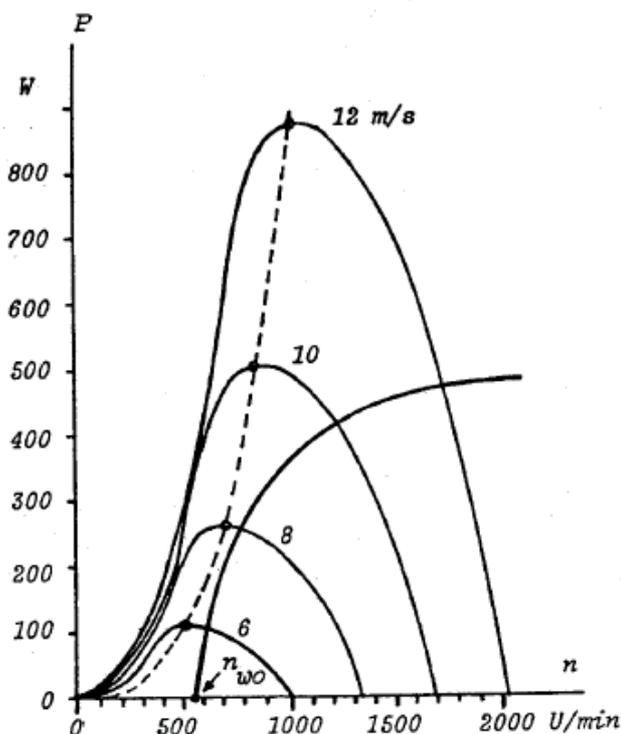


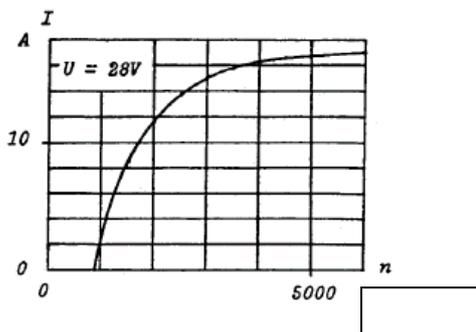
Fig. 1.11-1

Determinación del factor de multiplicación óptimo para el alternador propulsado por el rotor del ejemplo 1

Este rotor deberá alimentar una batería de acumuladores de 24 V de tensión nominal (tensión de carga aprox. 28 V). Para simplificar el procedimiento, prescindiremos de las pérdidas del alternador. A partir de la característica corriente versus tensión del alternador podemos calcular y representar la curva potencia versus velocidad de giro del alternador (Fig. 1.11-3). A cada velocidad de giro corresponde la siguiente potencia:

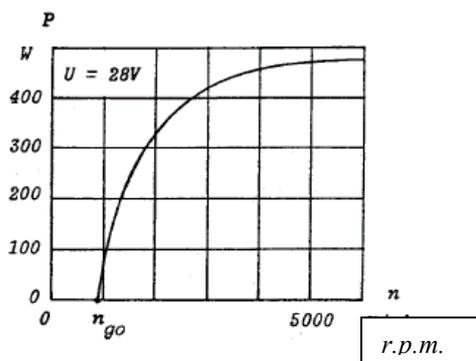
$$P = U \cdot I = 28 \cdot I \quad [\text{W}]$$

siendo  $I$  la corriente suministrada por el alternador, expresada en amperios [A].



**Fig. 1.11-2**

Ejemplo de una característica corriente versus velocidad de giro de un alternador a tensión constante



**Fig. 1.11-3**

La característica potencia versus velocidad de giro del mismo alternador a tensión constante

Ahora trasladaremos la característica de potencia del alternador al conjunto de características  $P_w, n$  del rotor, de tal modo, que corte las curvas del rotor correspondientes a las velocidades del viento relativamente bajas (curvas 4 y 6 m/s) lo más cerca posible de sus respectivos máximos (Fig. 1.11-1). Dependiendo de la forma de la característica  $P, n$  de la máquina de trabajo, tendremos que asumir una menor potencia a mayores velocidades del viento, pero a cambio la eólica seguirá suministrando energía bajo vientos más moderados.

Definamos el *factor de multiplicación*  $k$  del engranaje o dispositivo de transmisión de la siguiente manera:

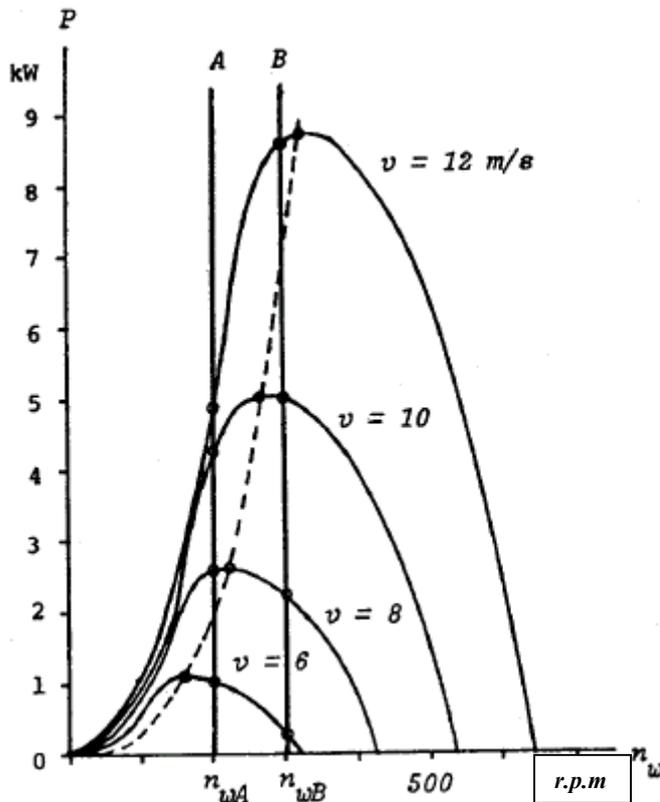
$$k = \frac{n_g}{n_w} = \frac{\text{velocidad de giro de la máquina (generador)}}{\text{velocidad de giro del rotor}} = \frac{n_{g0}}{n_{w0}} \quad (1.11.1)$$

Los valores  $n_{g0}$  y  $n_{w0}$  pueden ser determinados gráficamente. Según la Fig. 1.11-3,  $n_{g0} = \text{aprox. } 900 \text{ rpm}$ , y según la Fig. 1.11-3,  $n_{w0} = \text{aprox. } 550 \text{ rpm}$ . Por lo tanto, el factor de multiplicación óptimo de esta eólica será:

$$k_{\text{opt}} = \frac{900}{550} = 1,63$$

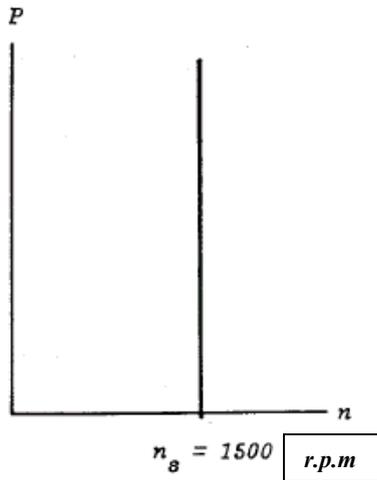
### Ejemplo 2: Eólica funcionando en paralelo a la red eléctrica

Supongamos que un rotor eólico con las características  $P_w, n$  de la Fig. 1.11-4 propulsa un generador sincrónico. Un generador de este tipo, conectado en paralelo a una red eléctrica rígida, gira a una velocidad constante, dictada por la frecuencia de la red (50 Hz en Europa), por lo que su característica será una línea vertical (Fig. 1.11-5).  $n_s$  se denomina *velocidad de giro sincrónica*.



**Fig. 1.11-4**

Determinación del factor de multiplicación óptimo de la eólica eléctrica del ejemplo 2 (generador sincrónico conectado a la red eléctrica)



**Fig. 1.11-5**

Característica de un generador sincrónico conectado a la red

Para determinar el factor de multiplicación óptimo de esta eólica, volveremos a trasladar la característica  $P, n$  del generador al conjunto de características  $P_w, n$  del rotor. La Fig. 1.11-4 muestra dos posibles variantes. En la variante B, a velocidades del viento más importantes (10 m/s y más) la eólica suministrará más energía que la variante A, ya que los puntos de intersección de ambas características se encuentran más cerca de los respectivos máximos (cumbres) de las curvas del rotor. Sin embargo, para los vientos más moderados, en la variante B ya no existe un punto de intersección, por lo que a  $v = 6$  m/s la eólica apenas suministrará energía, mientras que a esta velocidad del viento la variante A seguirá suministrando aprox. 1 kW de potencia.

El factor de multiplicación óptimo de la variante A sería:

$$k_{\text{opt A}} = \frac{n_s}{n_{wA}}$$

Según la Fig. 1.11-4,  $n_{wA} =$  aprox. 200 rpm, de modo que

$$k_{\text{opt A}} = \frac{1500}{200} = 7,5$$

Factor de multiplicación óptimo de la variante B:

$$k_{\text{opt B}} = \frac{1500}{300} = 5$$

Resumiendo:

Clima eólico del lugar	$k_{\text{opt}}$
Vientos frecuentes > 8 m/s	7,5
Vientos frecuentes < 8 m/s	5

Una solución para optimizar el funcionamiento de la eólica sería utilizar una “caja de cambios” automática, que fuera adaptando el factor de multiplicación a la velocidad del viento momentánea.

El mismo efecto se puede conseguir adaptando el ángulo de ataque de las palas a la velocidad del viento (ver sección 2). Los aerogeneradores de gran envergadura en los parques eólicos utilizan mayoritariamente este método.

### Ejemplo 3: Eólica de bombeo

El objetivo es adaptar un rotor lento, por ejemplo una turbina americana (ver Fig. 1.6-2) a una bomba de pistón. La Fig. 1.11-6 muestra esquemáticamente una eólica de bombeo. El movimiento de rotación del eje del rotor ( $n_w$ ) es transformado, a través de una transmisión con ruedas dentadas, en un movimiento lineal de subida y bajada del pistón de la bomba. El factor de multiplicación es:

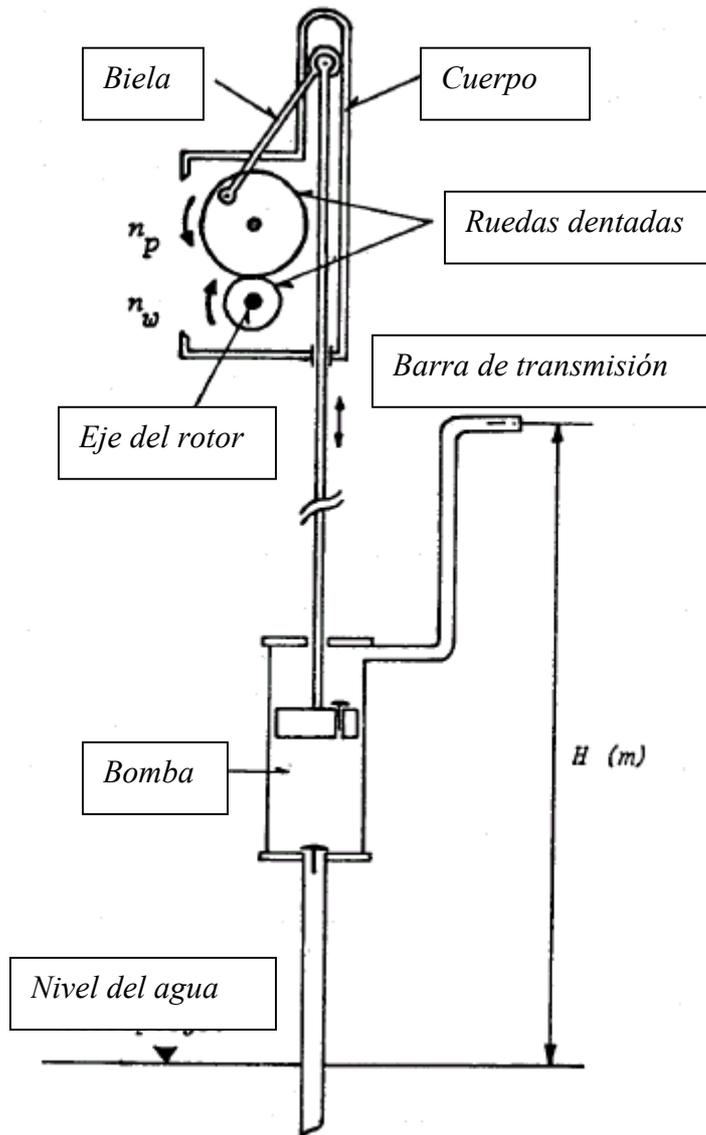
$$k = \frac{n_p}{n_w}$$

Según las leyes de la hidrodinámica, la potencia mecánica necesaria para bombear un caudal de agua  $Q$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] a una altura  $H$  [m] es (si prescindimos de las pérdidas a lo largo de las tuberías):

$$P_{\text{mech}} = \frac{\rho \cdot g \cdot Q \cdot H}{\eta_p} \quad [\text{W}] \quad (1.11.2)$$

donde

- $\rho$  es la densidad del agua =  $1000 \text{ kg/m}^3$
- $g$  la constante de la gravedad =  $9,81 \text{ m/s}^2$
- $\eta_w$  el rendimiento de la bomba



**Fig. 1.11-6**  
Representación esquemática de una eólica de bombeo

Si denominamos con  $q$  [ $\text{m}^3$ ] la capacidad de la bomba, podemos escribir:

$$Q = \frac{q}{60} \cdot n_p \quad [\text{m}^3/\text{s}] \quad (1.11.3)$$

siendo  $n_p$  [rpm] la velocidad de giro de la rueda dentada que propulsa la barra de transmisión de la bomba. La potencia requerida por la bomba es:

$$P_{\text{mech}} = \frac{\rho \cdot g \cdot q \cdot H}{60\eta_p} \cdot n_p = c \cdot n_p \quad [\text{W}] \quad (1.11.4)$$

Suponiendo que el rendimiento de la bomba  $\eta_p$  es constante, para una determinada altura de bombeo el factor  $c$  también será una constante.

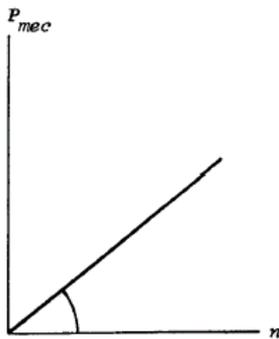
La velocidad de giro  $n_p$  [rpm] puede ser expresada con la siguiente fórmula:

$$n_p = \frac{n_p}{n_w} \cdot n_w = k \cdot n_w \quad (1.11.5)$$

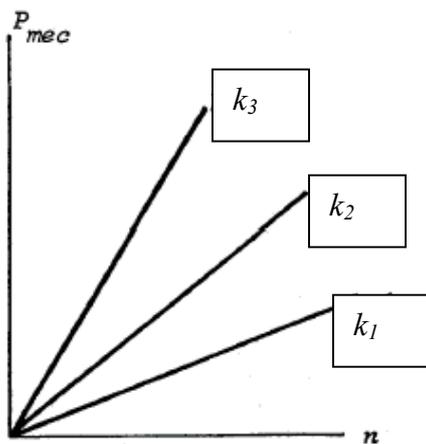
que introducida en la ecuación (1.11.4) nos suministra la potencia de bombeo en función de la velocidad de giro del rotor eólico:

$$P_{\text{mech}} = c \cdot k \cdot n_w \quad [\text{W}] \quad (1.11.6)$$

$k$  determina la inclinación de las rectas definidas por esta función.



**Fig. 1.11-7**  
Característica ideal de una bomba a pistón



**Fig. 1.11-8**  
Características de la bomba para diferentes factores de multiplicación  $k_1, k_2, k_3 \dots$

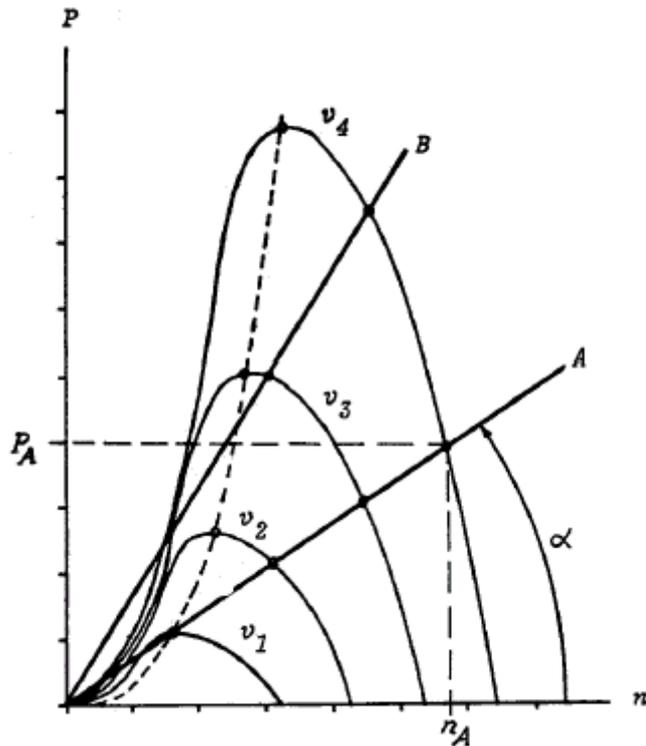
Dibujando la característica de la bomba -con una inclinación favorable- en el conjunto de características del rotor (Fig. 1.11-9, variante A o B), podremos determinar el factor de multiplicación óptimo del siguiente modo:

$$k_{\text{opt}} = \frac{P_A}{c \cdot n_A}$$

donde  $c$  es la “constante” definida por la ecuación (1.11.4).

Para seleccionar una inclinación favorable de la característica de la bomba utilizaremos los mismos criterios del ejemplo 2, es decir, el factor de multiplicación óptimo de esta eólica de bombeo también podrá adaptarse a las velocidades del viento más frecuentes del lugar.

La Fig. 1.11-10 muestra esquemáticamente el método general para determinar el factor de multiplicación óptimo de una eólica.



**Fig. 1.11-9**

Determinación del factor de multiplicación óptimo de la eólica de bombeo del ejemplo 3 (bomba a pistón)

### Observación

En los ejemplos precedentes hemos realizado la adaptación del rotor a la máquina de trabajo basándonos en la potencia.

En todo caso deberá controlarse si la adaptación también es correcta con respecto al par de giro.

Si fuera necesario, el factor de multiplicación puede ser modificado de tal modo, que el sistema también tenga un punto de trabajo correcto en las características de par de giro del rotor y de la máquina de trabajo. El procedimiento también se describe en el esquema de la Fig. 1.11-10.

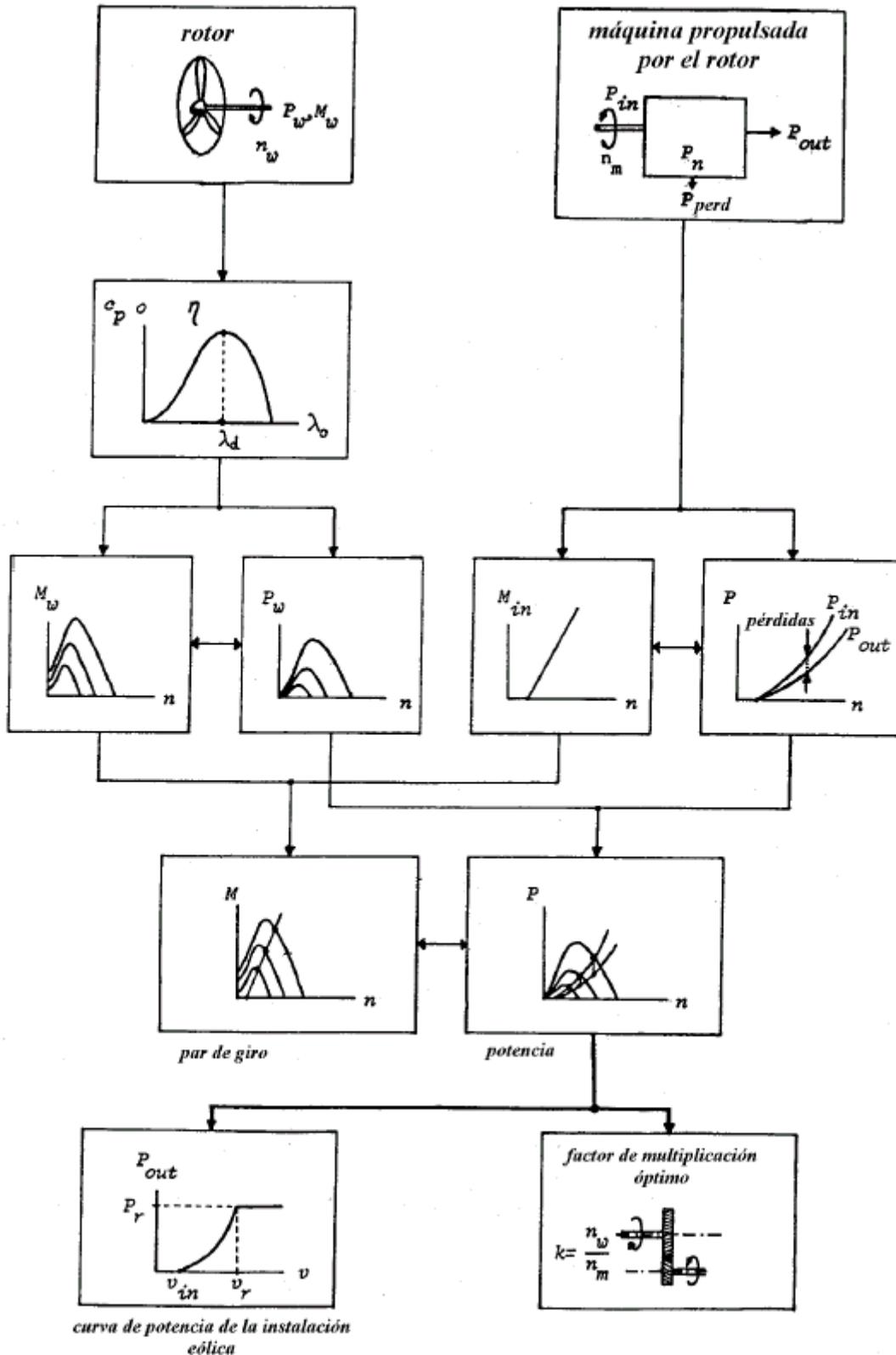


Fig. 1.11-10

Procedimiento general para la adaptación óptima de la máquina de trabajo al rotor eólico

## 1.12 Curva de potencia de una eólica

La curva de potencia ( $P, v$ ) es la característica más importante para el explotador o planificador de energía eólica. Indica la potencia que la eólica suministra bajo un determinado viento. La deducción de esta curva es sencilla: basta trasladar los puntos de intersección de las características ( $P, n$ ) del rotor y de la máquina de trabajo a un eje de coordenadas  $P, v$ . La Fig. 1.11-10 muestra esquemáticamente el procedimiento.

Toda máquina tiene pérdidas, que deberán ser cubiertas por el rotor eólico (Fig. 1.12-1).

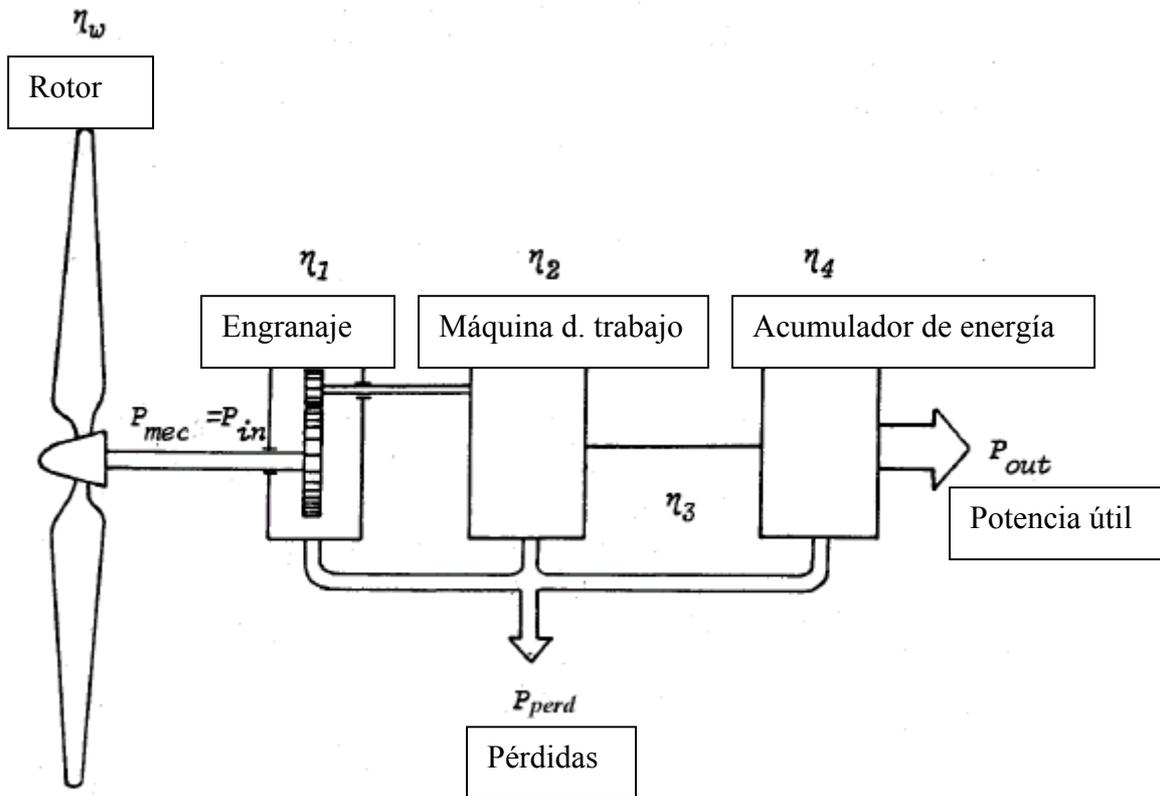
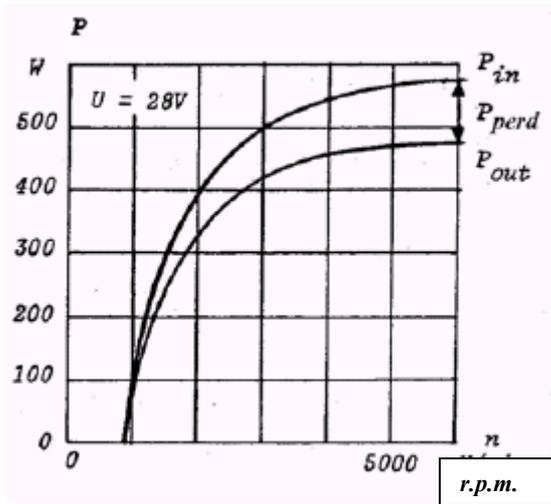


Fig. 1.12-1

$$P_{mec} = P_{in} = P_{out} + P_{perd} \quad (1.12.1)$$

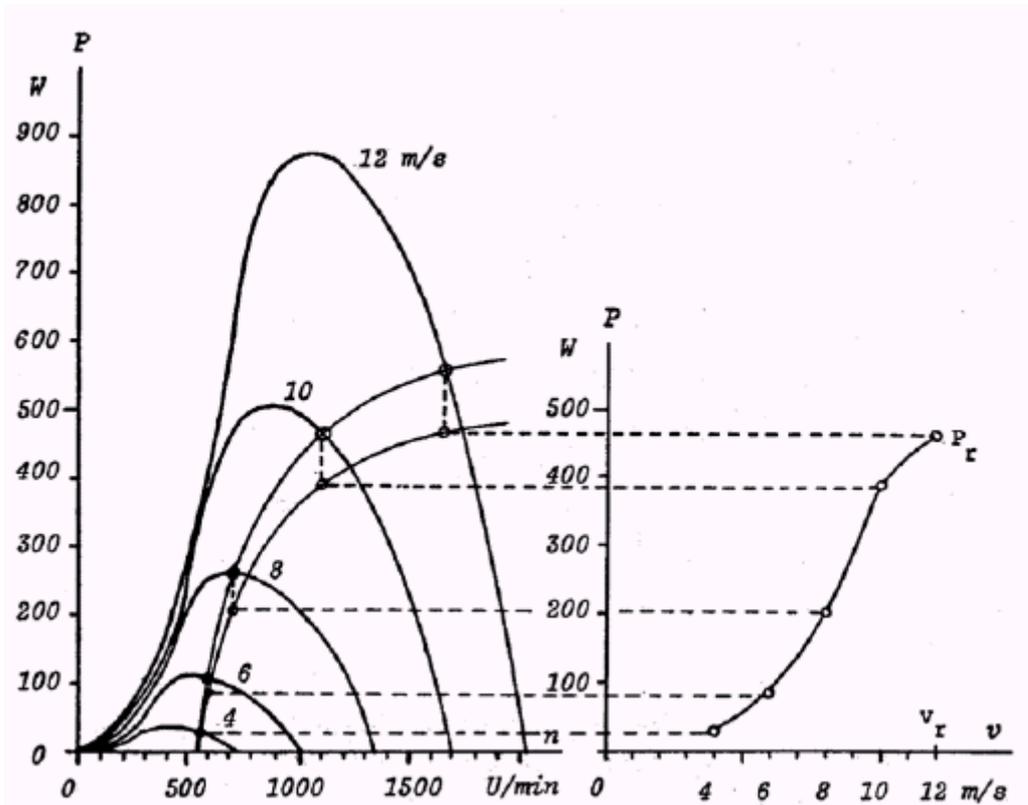
donde  $P_{mec} = P_{in}$  es la potencia disponible en el eje del rotor y  $P_{out}$  la potencia útil o neta de la eólica.  $P_{perd}$  son las pérdidas del sistema.

Deberá tenerse en cuenta que las características  $P, n$  del rotor eólico deberán ser cortadas con la característica  $P, n$  de **entrada** y no de salida de la máquina de trabajo, ya que el rotor tiene que cubrir las pérdidas de ésta. Como ejemplo determinaremos la curva de potencia  $P, v$  de la eólica del ejemplo 1 del capítulo 1.11. Como simplificación, asumiremos que el sistema formado por el engranaje y el alternador tienen unas pérdidas constantes del 20% en todo el campo de velocidades de giro. Esto significa, que la característica  $P, n$  de la Fig. 1.11-3 deberá ser “alzada” en un 20% para obtener la potencia de entrada requerida  $P_{in}$  como característica  $P, n$  (Fig. 1.12-2). A continuación, trasladaremos esta curva  $P_{in}$  al conjunto de características del rotor para determinar la curva de potencia de la instalación (Fig. 1.12-3).



**Fig. 1.12-2**

Característica potencia-velocidad de giro del alternador del ejemplo 1, capítulo 1.11, teniendo en cuenta las pérdidas.



**Fig. 1.12-3**

Determinación de la curva de potencia  $P, v$  de la eólica del ejemplo 1, capítulo 1.11 (alternador)

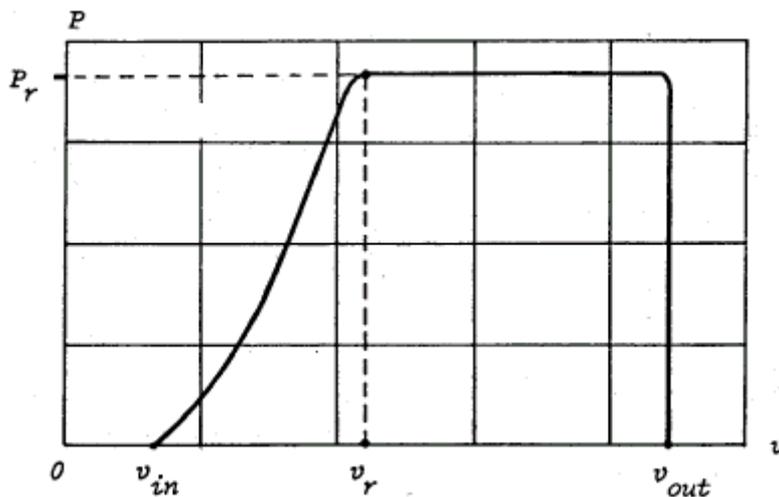
En esta figura podemos ver que la eólica ya suministra algo de potencia (aprox. 30 W) a una velocidad del viento de 4 m/s. Sin embargo, esto sólo ocurrirá si el par de arranque del rotor  $M_o$  (ecuación (1.8.5)) a esa velocidad es mayor que el par de arranque del conjunto engranaje – alternador.

Es decir, la condición para que el rotor eólico empiece a girar sin ayuda es:

$$M_o > M_{fricc} + k \cdot M_{arr} \quad (1.12.2)$$

siendo  $M_{fricc}$  el par de fricción del engranaje de transmisión,  $M_{arr}$  el par de giro de la máquina de trabajo y  $k$  el factor de multiplicación. Según esta ecuación, el arranque será tanto más difícil cuanto mayor sea el factor de multiplicación. Además, la excitación del alternador dificultará aún más la puesta en marcha. Por este motivo, deberá preverse un dispositivo (regulador) que conecte la excitación del alternador cuando el rotor haya alcanzado una velocidad de giro prudente.

La Fig. 1.12-4 muestra una típica curva de potencia de un aerogenerador moderno. Por debajo de un determinado valor (umbral) de la velocidad del viento  $v_{in}$  la eólica no produce energía. A partir de ahí, la potencia va aumentando con la velocidad del viento hasta alcanzar su potencia nominal  $P_r$  (del inglés *rated power*) bajo una determinada velocidad  $v_r$ , llamada *velocidad nominal del viento*. Para vientos superiores al valor nominal, la potencia deberá ser mantenida constante. En los aerogeneradores modernos, esto se realiza modificando el ángulo de ataque de las palas, aunque existen otros procedimientos (ver sección 2). A partir de una velocidad peligrosa ( $v_{out}$ ) para la instalación (vientos huracanados), la eólica deberá ser parada y sacada del viento para evitar que la presión del viento dañe las palas.



**Fig. 1.12-4**

Curva de potencia de un aerogenerador moderno

### 1.13 Determinación de la superficie de rotor requerida

Con la ecuación (1.5.1) se puede calcular la superficie del rotor que se requiere para generar una potencia  $P_r$ .

$$F = \frac{P_r}{0,37 \cdot \eta \cdot v_r^3} \quad [\text{m}^2] \quad (1.13.1)$$

$P_r$  es la potencia útil que se desea obtener al final de la cadena formada por el rotor, engranaje, máquina de trabajo, baterías etc.,  $v_r$  la velocidad del viento bajo la cual la eólica alcanza su potencia nominal o de diseño y  $\eta$  el rendimiento de la eólica cuando está suministrando su potencia nominal, es decir,

$$\eta = \eta(P_r) = \eta_w(P_r) \cdot \eta_1(P_r) \cdot \eta_2(P_r) \dots \quad (1.13.2)$$

Los rendimientos de los diferentes componentes de la eólica ( $\eta_1, \eta_2, \dots$ ) deberán ser calculados o medidos o estimados a partir de componentes conocidos.

El rendimiento del rotor  $\eta_w$  a la potencia nominal  $P_r$  depende de su punto de trabajo a  $v = v_r$ , y puede ser calculado del siguiente modo:

$$\eta_w(P_r) = \frac{P_w(v_r)}{P_{w \max}(v_r)} \cdot \eta_{w \max} \quad (1.13.3)$$

siendo  $P_{w \max}(v_r)$  la potencia máxima del rotor a la velocidad nominal del viento y  $\eta_{w \max}$  su máximo rendimiento a la velocidad específica nominal  $\lambda_d$ . En el ejemplo de la Fig. 1.12-3, el rendimiento del rotor bajo una velocidad nominal del viento  $v_r = 12$  m/s -teniendo en cuenta la característica  $\eta_w, \lambda_o$  de la Fig. 1.9-2 ( $\eta_{w \max} = 0,7$ ) - será el siguiente:

$$\eta_w(P_r) \approx \frac{570 \text{ W}}{870 \text{ W}} \cdot 0,7 = 0,46$$

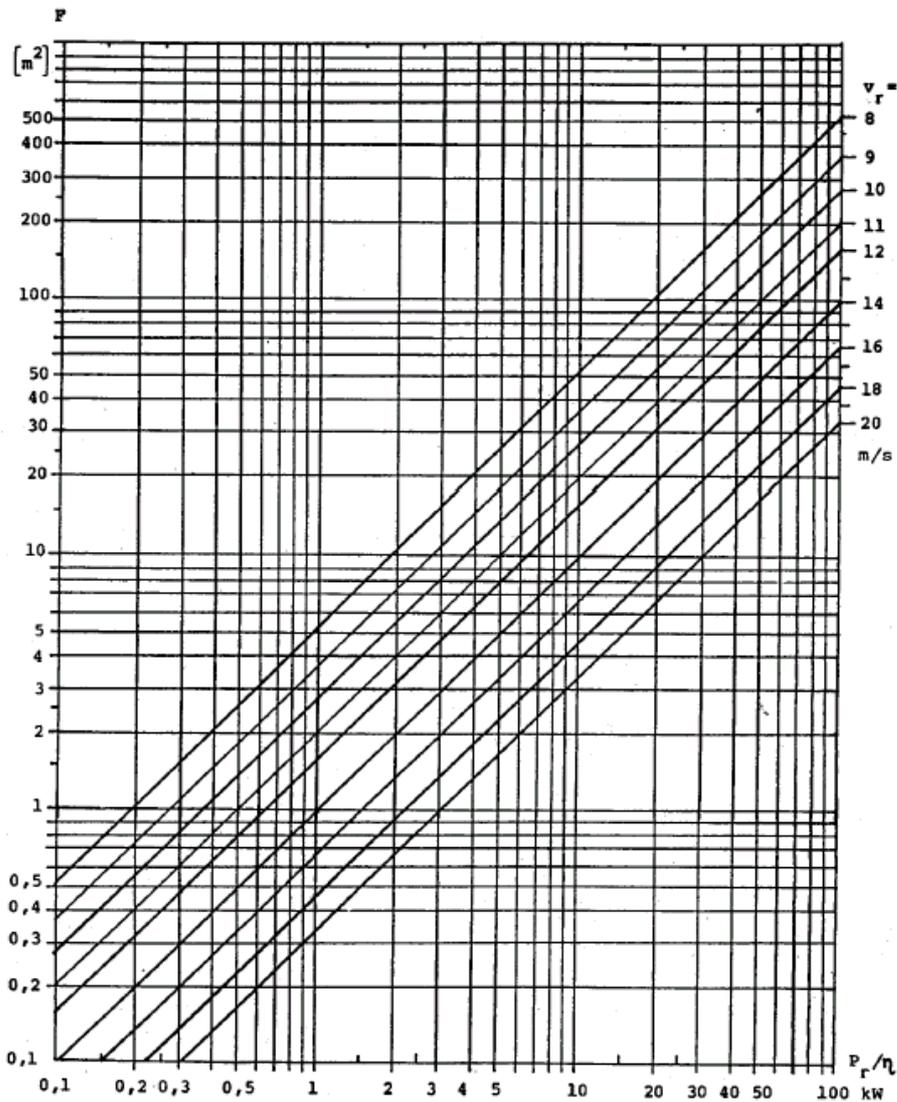
Este valor deberá ser introducido en la ecuación (1.13.2).

Para eólicas de eje horizontal, si prescindimos de la superficie que abarca el buje, el diámetro del rotor requerido será:

$$D \approx 2 \sqrt{\frac{P_r}{\eta \cdot v_r^3}} \quad [\text{m}] \quad (1.13.4)$$

En la Fig. 1.13-1 se puede determinar gráficamente la superficie del rotor en función de la relación  $P_r/\eta$  para diferentes velocidades nominales del viento  $v_r$ .

El diámetro de un rotor de eje horizontal también puede ser determinado con la Fig. 1.2-3, si en lugar de  $P_{w \max}$  utilizamos la magnitud  $P_r/\eta$ .



**Fig.1.13-1**

Diagrama para la determinación de la superficie del rotor en función de la relación  $P_r/\eta$ .

En la práctica, el rendimiento de un aerogenerador oscila entre 0,3 y 0,6. Ante el desconocimiento del rendimiento de los componentes de la eólica, la estimación de la superficie deberá hacerse con el valor menor. Introduciendo  $\eta = 0,3$  en la ecuación (1.13.4) obtendremos

$$D_{\max} = 3,7 \sqrt{\frac{P_r}{v_r^3}} \quad [\text{m}]$$

**Ejemplo 1.13**

¿Qué diámetro mínimo deberá tener el rotor de un aerogenerador que desarrolle 5 kW de potencia bajo un viento de 8 m/s?

$$D = 3,7 \sqrt{\frac{5 \cdot 10^3}{8^3}} = 11 \text{ m}$$

Para elegir la velocidad nominal del viento  $v_r$  de una eólica existen diferentes posibilidades:

- Si para  $v_r$  elegimos un valor relativamente bajo (por ejemplo 10 m/s), deberemos limitar la potencia del rotor en cuanto la máquina de trabajo haya alcanzado su potencia nominal. Esto exige un mecanismo automático de regulación (por ejemplo modificando la posición de las palas).
- Otra posibilidad consistiría en elegir  $v_r$  bastante alto (por ejemplo 18 m/s), de modo que la máquina de trabajo raras veces alcanzara su potencia nominal, porque los vientos de 18 m/s son menos frecuentes (¡dependiendo del lugar!). Esto permitiría prescindir del dispositivo de regulación, siempre y cuando el rotor soportara las elevadas velocidades de giro bajo vientos fuertes. Por este motivo, esta posibilidad sólo debería estudiarse para eólicas lentas.

Además, la elección de una velocidad nominal del viento “alta” tiene otros dos inconvenientes:

La máquina de trabajo (por ejemplo un generador) casi siempre trabajará por debajo de su potencia nominal, por lo que tendrá un rendimiento inferior, de modo que la curva de potencia  $P, v$  de la eólica será más “plana” que la de la primera posibilidad.

Debido a la elevada potencia nominal elegida, la máquina de trabajo deberá ser más grande y tendrá un par de arranque más pronunciado: la velocidad de arranque  $v_{in}$  se desplazará hacia la derecha (Fig. 1.12-4).

Estas desventajas harán que la eólica produzca menos energía, lo cual sin embargo puede compensar el hecho de no tener que prever un complicado sistema de regulación. Para pequeñas eólicas domésticas, esta solución puede tener sus ventajas. Obviamente, antes de tomar una decisión, debería realizarse un análisis de costes – ventajas.

En la Fig. 1.13-2 hemos intentado ilustrar estas reflexiones.

Enseguida vemos que la posibilidad de la derecha suministrará menos energía (superficies sombreadas), pero a cambio podríamos prescindir de un sistema de regulación.

En la Fig. 1.13-3 hemos determinado la curva de potencia de la instalación con el mismo rotor del ejemplo 1, capítulo 1.11, pero con un alternador de doble potencia (es decir, uno que suministrara el doble de corriente a la misma tensión y velocidad del giro que el presentado en la Fig. 1.12-2)).

En la figura podemos ver que este alternador de doble potencia alcanza su potencia nominal bajo una velocidad del viento de aprox. 18 m/s.

La Fig. 1.13-4 compara las curvas de potencia de ambas variantes.

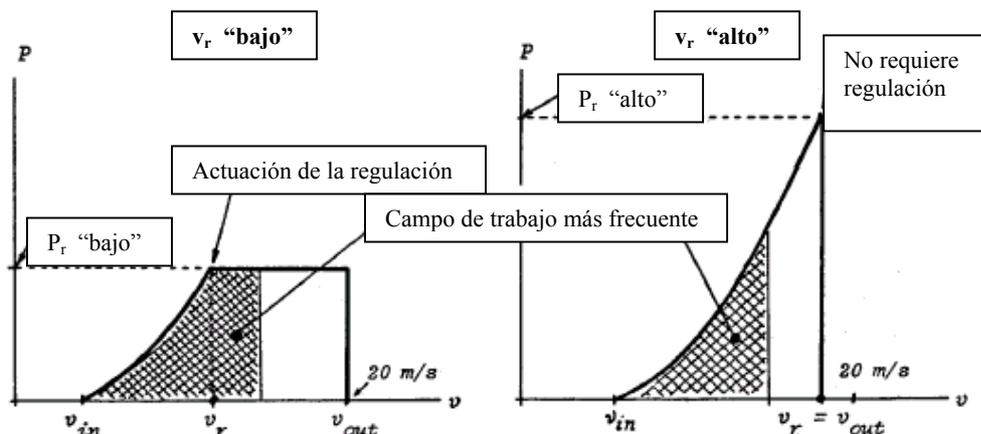
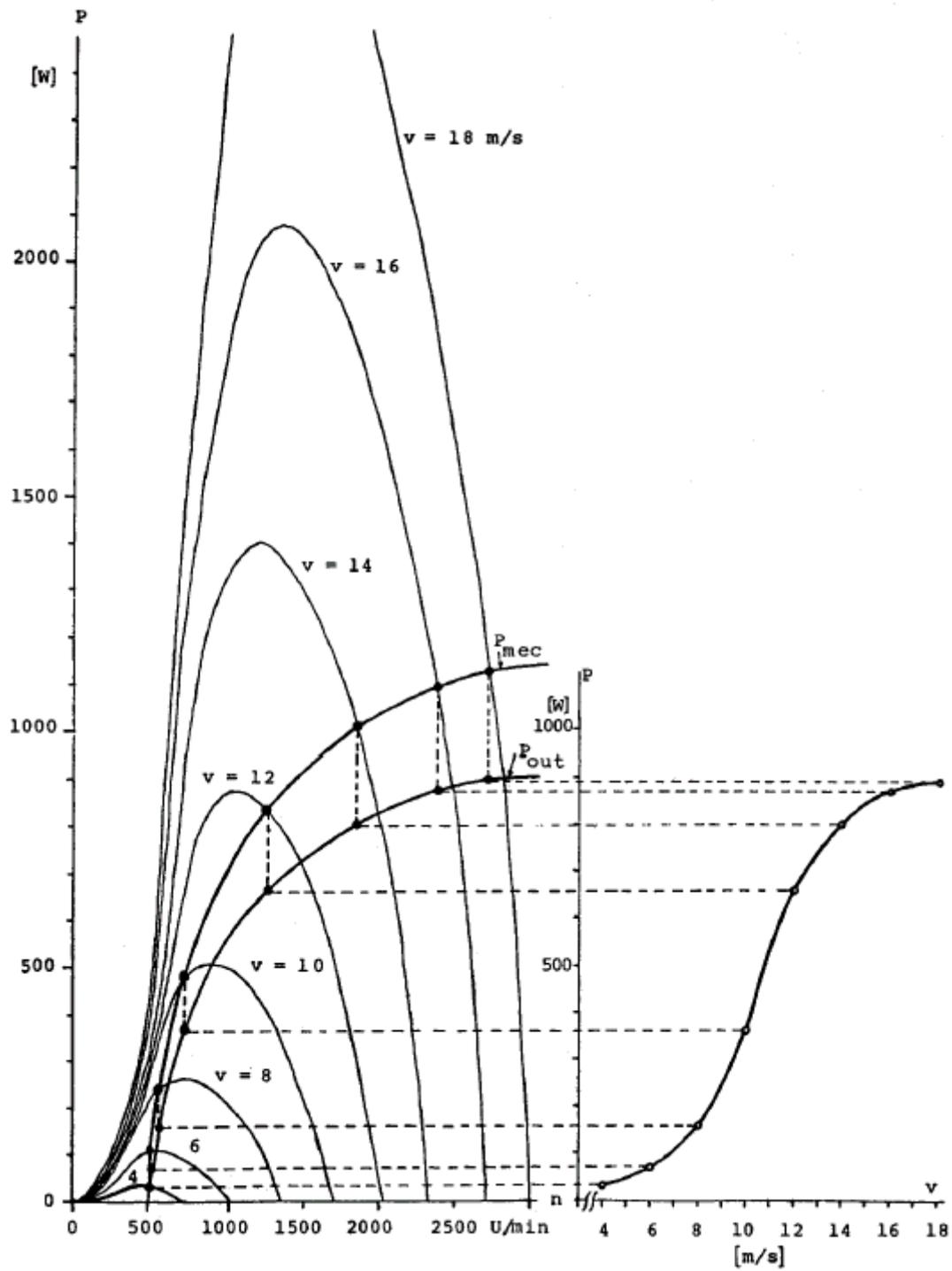
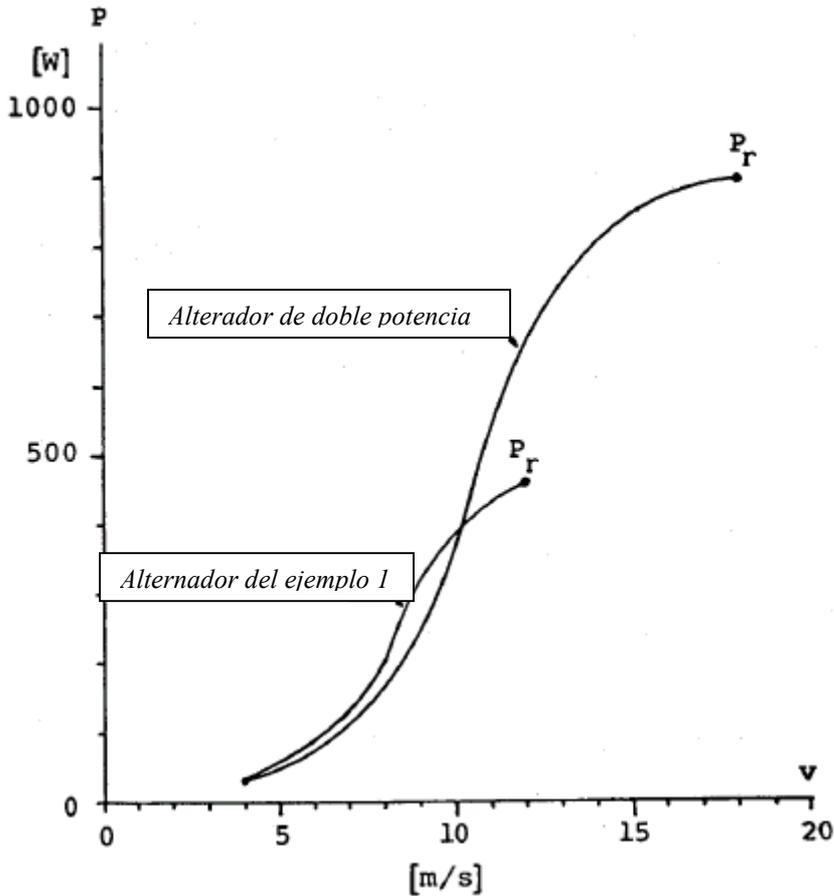


Fig. 1.13-2 Dos posibilidades de elegir la velocidad nominal del viento  $v_r$  de una eólica



**Fig. 1.13-3**

Determinación de la curva de potencia de la eólica del ejemplo 1, capítulo 1.11, si se utilizara un alternador de doble potencia.



**Fig. 1.13-4**

Comparación de las curvas de potencia de la eólica del ejemplo 1, capítulo 1.11, si se utilizara un alternador de doble potencia

Para un aerogenerador de mayor envergadura, para la elección de la velocidad nominal del viento será imprescindible tener en cuenta el clima eólico del lugar (mapa eólico, estadísticas del viento etc.). Más al respecto en la sección 3.

### Conclusiones

Si en este capítulo nos hemos extendido un poco más allá de nuestro propósito inicial, ha sido porque queríamos mostrar al lector de que la gratuidad del “combustible” de una máquina eólica (el viento) nos permite buscar todo tipo de posibilidades, aunque con ello el funcionamiento y rendimiento de nuestra eólica no sean óptimos.

Sin embargo, si tenemos en cuenta que el rendimiento de un motor de explosión (*Otto*) moderno de “alta tecnología” tiene un rendimiento que difícilmente alcanza el 30%, uno acaba enorgulleciéndose de haber creado un artefacto de similar rendimiento, pero infinitamente más respetuoso con el medio ambiente.

## 2. El rotor de una turbina eólica

### 2.1 Teoría del ala

#### 2.1.1 Nociones generales

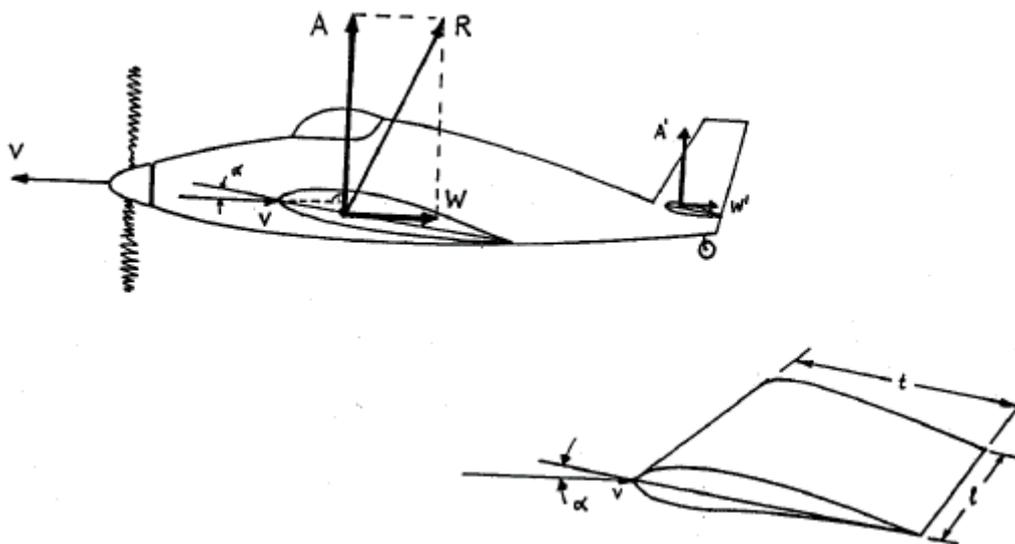
Un ala no es otra cosa que una construcción mecánica (o biológica), sobre la cual actúan fuerzas cuando está sometida a una corriente de aire. Una hoja de papel, que de repente “despega” de nuestro escritorio, en este instante se comporta como un ala, aunque rudimentaria. Las fuerzas que la levantan y la hacen volar por los aires son fuerzas aerodinámicas.

Dándole al ala una forma especial (perfil) y colocándola en una posición apropiada con respecto a la corriente de aire, estas fuerzas aerodinámicas pueden ser influenciadas y aprovechadas para volar, generar energía o construir una escultura eólica.

En la actualidad, el avión es una de las aplicaciones más extendidas del ala. Los motores impulsan el avión hacia delante, creando un movimiento relativo con respecto a la masa de aire. Al “cortar” el aire, en las alas se crea una fuerza que las “empuja” hacia arriba (*fuerza de sustentación*). Si esta fuerza es superior al peso del avión, éste “vuela”.

#### 2.1.2 Fuerzas aerodinámicas del ala

Veamos el ala de un avión, cuya forma (*perfil*) a todos nos es más o menos familiar (Fig. 2.1.2-1). Supongamos que el avión avanza a una velocidad  $v$  con respecto a la masa de aire quieta, o, lo que es lo mismo, imaginemos que el ala está quieta y el aire la “ataca” a la velocidad  $v$ .



**Fig. 2.1.2-1**  
Las fuerzas aerodinámicas en un ala de avión

Definiciones (Fig. 2.1.2-1):

$\overline{AB}$  : *cuerda del perfil* (anchura del ala): línea imaginaria que une entre sí los puntos del perfil más alejados

$\alpha$  : *ángulo de ataque*: ángulo que forma la cuerda del perfil con la dirección (horizontal) del aire

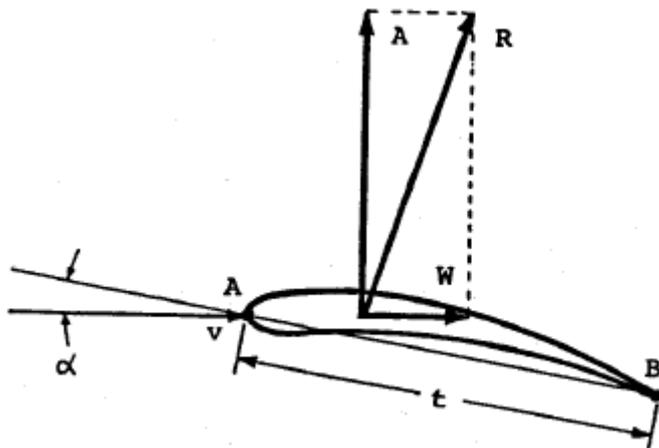
$t$  : longitud (cuerda) del perfil = anchura del ala

El canto anterior del perfil se llama *borde de ataque*, el canto posterior *borde de fuga*.

La parte inferior del perfil se llama *intradós* y la parte superior *extradós*.

En un punto del perfil llamado *centro dinámico* –de momento no definido- se crea una fuerza  $R$ , que se puede descomponer en una componente vertical  $A$  (*sustentación*) y en una componente horizontal  $W$  (*resistencia*) (Fig. 2.1.2-2).

La fuerza  $A$  “empuja” el avión hacia arriba, es decir, lo sustenta en el aire, mientras la fuerza  $W$  “tira” hacia atrás, es decir, actúa en sentido opuesto al de avance del avión, cuyos motores tendrán que cubrir esta pérdida con más consumo de combustible.



**Fig. 2.1.2-2**

Descomposición de la fuerza aerodinámica que actúa sobre el ala en las componentes de sustentación y de resistencia

En la mayoría de las aplicaciones nos interesaremos sobre todo por la fuerza útil  $A$  e intentaremos minimizar la resistencia  $W$ . No obstante, hay eólicas que aprovechan la resistencia, pero su rendimiento es considerablemente inferior a las que utilizan la sustentación como fuerza motriz.

El perfil de la Fig. 2.1.2-2 es asimétrico con respecto a su cuerda. Estos perfiles se sustentan incluso cuando el ángulo de ataque es igual a cero, es decir, cuando la cuerda del perfil es paralela a la corriente de aire, cosa que no ocurre con los perfiles simétricos, que por regla general también tienen una menor sustentación que los asimétricos.

### 2.1.3 Cálculo de las fuerzas de sustentación y resistencia

En aerodinámica es usual expresar las fuerzas de sustentación y resistencia con las siguientes fórmulas:

$$A = c_a \cdot \frac{\rho}{2} \cdot f \cdot v^2 \quad [\text{N}] \quad (2.1.3.1)$$

$$W = c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot f \cdot v^2 \quad [\text{N}] \quad (2.1.3.2)$$

siendo  $\rho$  la densidad del aire [ $\text{kg}/\text{m}^3$ ],  $f$  la superficie del ala [ $\text{m}^2$ ] y  $v$  la velocidad del aire (o del avión) [ $\text{m}/\text{s}$ ].

Los factores adimensionales  $c_a$  y  $c_w$  se llaman, respectivamente, *coeficiente de sustentación* y *coeficiente de resistencia* del respectivo perfil.

Estos factores dependen de la forma del perfil, del ángulo de ataque, de la relación longitud / anchura del ala (llamada *alargamiento* del ala) y de la estructura de la superficie de la misma (lisa o rugosa).

### Ejemplo 2.1.3

Supongamos que las alas de un avión de pasajeros tienen una superficie total de  $60 \text{ m}^2$ . ¿Qué fuerza de sustentación desarrollarán a una velocidad de crucero del avión de  $1000 \text{ km}/\text{h}$  si el coeficiente de sustentación de las alas es  $c_a = 1,2$ ?

$$v = 1000 \text{ km}/\text{h} = 278 \text{ m}/\text{s}$$

$$\rho = \text{aprox. } 1,25 \text{ kg}/\text{m}^3$$

$$f = 60 \text{ m}^2$$

Introduciendo estos valores en la ecuación (2.1.3.1) obtendremos:

$$A = 3,48 \cdot 10^6 \text{ N} = \text{aprox. } \mathbf{355 \text{ toneladas}} \text{ (recuerda: } \mathbf{1 \text{ kg} = 9,8 \text{ N}})$$

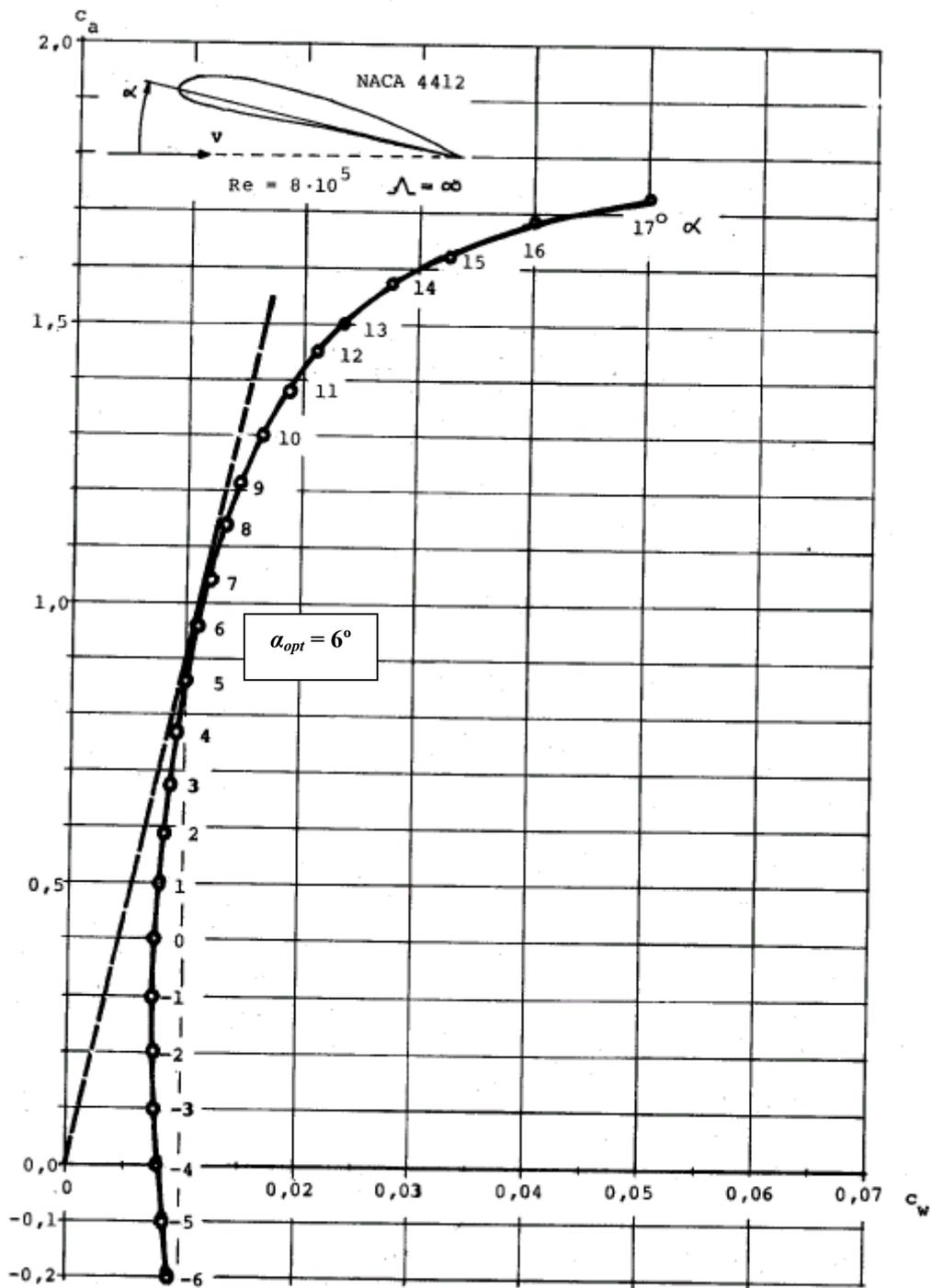
### 2.1.4 Polares de un perfil

Los coeficientes de sustentación y resistencia no pueden ser calculados teóricamente. Se determinan en túneles de viento con la ayuda de modelos: a una velocidad constante del aire y un determinado ángulo de ataque, se miden las fuerzas  $A$  y  $R$  que actúan sobre el modelo de ala y a continuación se calculan ambos coeficientes con las ecuaciones (2.1.3.1) y (2.1.3.2). El resultado se presenta en forma de curva  $c_a(c_w)$ , con  $\alpha$  como parámetro (Fig. 2.1.4-1). Esta curva se denomina *polar del perfil*.

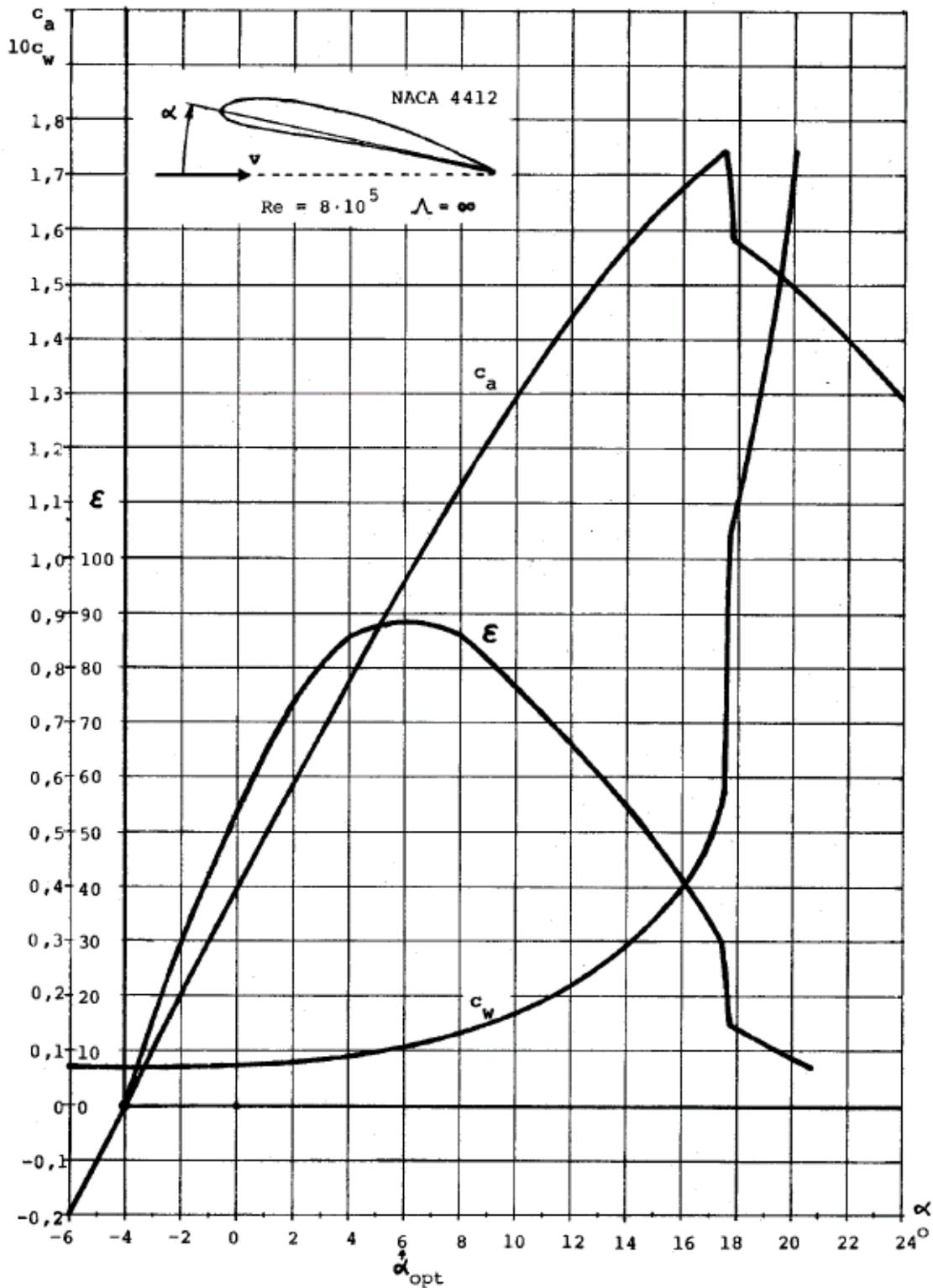
A menudo  $c_a$  y  $c_w$  también se representan por separado en función del ángulo de ataque  $\alpha$  (Fig. 2.1.4-2).

Existen manuales que contienen polares de infinidad de perfiles. Por regla general, los perfiles se designan con un nombre seguido de un número característico, por ejemplo NACA 4412, SCHMITZ 417 etc. La forma exacta del respectivo perfil se representa en un dibujo, en el que se indican las coordenadas del lado superior (extradós) y del lado inferior (intradós) con respecto a la cuerda del perfil. Estas coordenadas se expresan en tanto por ciento de la longitud de la cuerda (Fig. 2.1.4-3).

En las siguientes figuras hemos utilizado como ejemplo un perfil elegido al azar (NACA 4412).

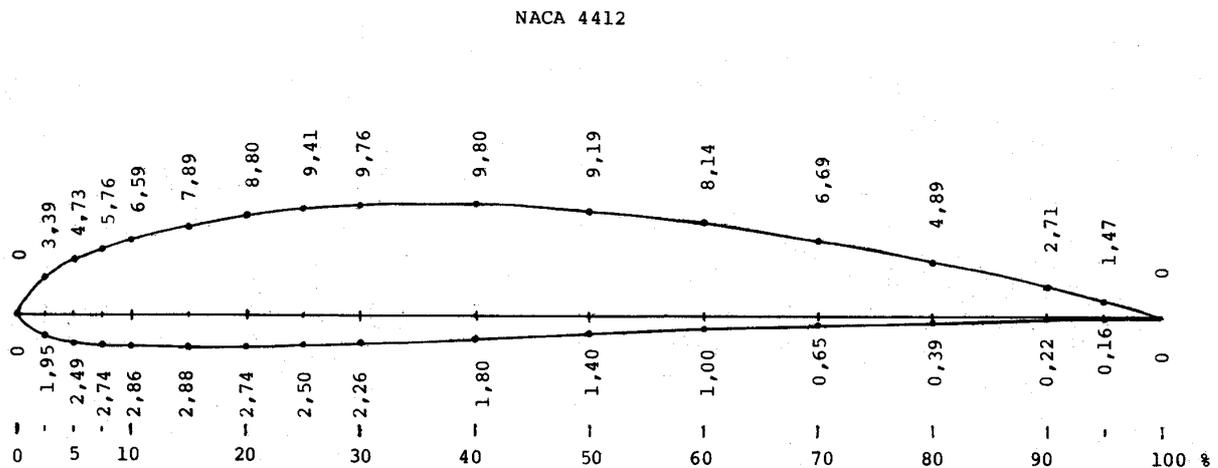


**Fig. 2.1.4-1**  
La polar del perfil NACA 4412



**Fig. 2.1.4-2**

La polar del perfil NACA 4412, con los coeficientes de sustentación y resistencia y la fineza en función del ángulo de ataque. El factor  $\epsilon$  es la llamada "fineza" del perfil ( $\epsilon = c_a / c_w$ )



**Fig. 2.1.4-3**  
Coordenadas del perfil NACA 4412

### 2.1.5 Fineza de un perfil

Llamamos *fineza de un perfil*  $\varepsilon$  al cociente entre las fuerzas de sustentación y de resistencia:

$$\varepsilon = \frac{A}{W} \quad [-] \quad (2.1.5.1)$$

o, introduciendo las ecuaciones (2.1.3.1) y (2.1.3.2):

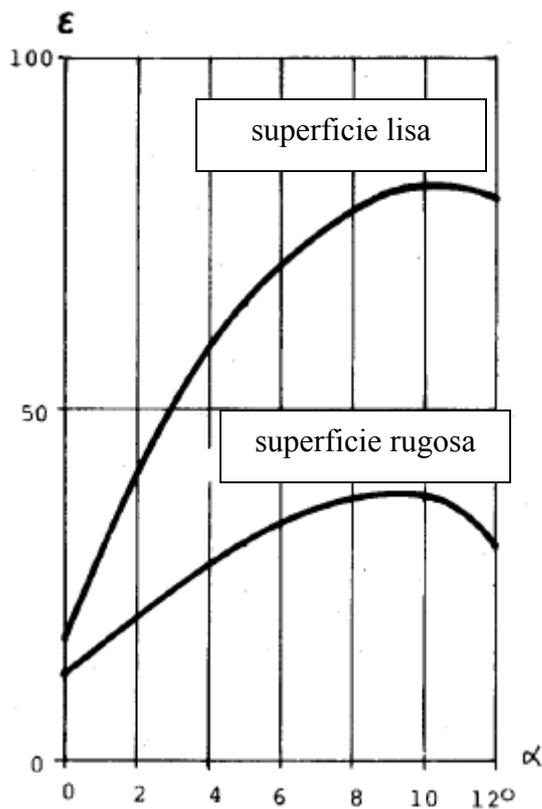
$$\varepsilon = \frac{c_a}{c_w} \quad [-] \quad (2.1.5.2)$$

Teniendo en cuenta que los coeficientes  $c_a$  y  $c_w$  dependen del ángulo de ataque  $\alpha$ , la fineza también dependerá de éste.

Esta dependencia es fácil de determinar: en la polar del perfil, para cada ángulo de ataque dividiremos el respectivo coeficiente de sustentación por el de resistencia, representando el resultado en la misma polar.

En la Fig. 2.1.4-2 hemos dibujado la curva de la fineza del perfil NACA 4412.

La fineza es un indicador de la “calidad” de un perfil. Una fineza elevada significa, que la fuerza de sustentación es mucho más grande que la fuerza de resistencia. Como mostraremos más adelante, el rendimiento del ala será tanto mayor cuanto más grande sea su fineza, de modo que para su ángulo de ataque elegiremos el que corresponde a la máxima fineza. Este ángulo se llama *ángulo óptimo de ataque*  $\alpha_{opt}$ . En la Fig. 2.1.4-2, este ángulo óptimo es de aprox.  $6^\circ$ . En la polar  $c_a$  ( $c_w$ ) (Fig. 2.1.4-1), el ángulo  $\alpha_{opt}$  es el punto de contacto entre la polar y la tangente a la misma que pasa por el punto cero del sistema de coordenadas. La fineza  $\varepsilon_{max}$  será igual al cociente entre los coeficientes de sustentación y resistencia correspondientes al ángulo  $\alpha_{opt}$ . La Fig. 2.1.5-1 muestra la fineza de un mismo perfil con diferente estructura de la superficie [Molly].



**Fig. 2.1.5-1**

Influencia de la estructura de la superficie de un perfil según [Molly]

### 2.1.6 Alargamiento del ala

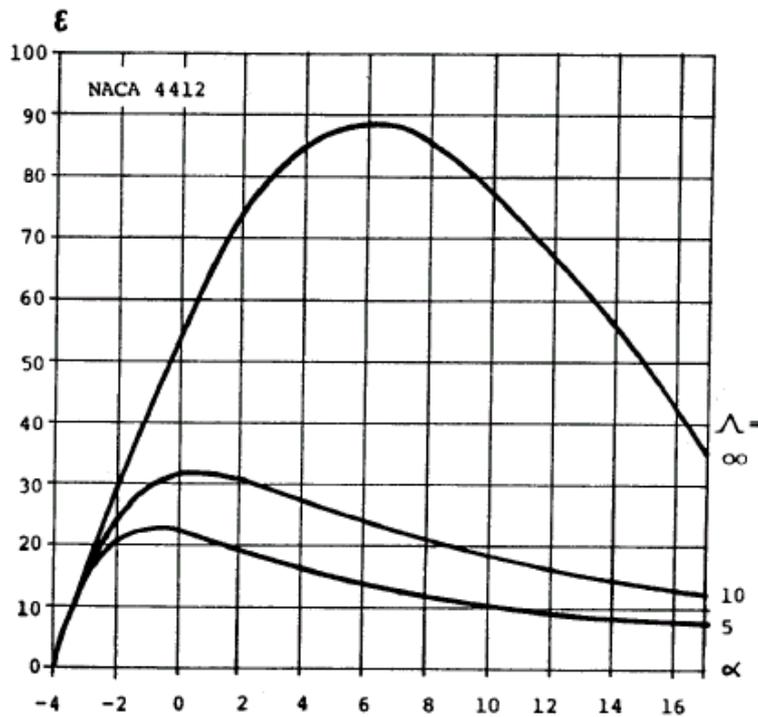
La polar de un perfil también depende de la relación longitud/anchura del ala (Fig. 2.1.2-1), llamada *alargamiento*  $A$ :

$$A = \frac{l}{t} \quad [-] \quad (2.1.6.1)$$

Si el ala no es rectangular, el alargamiento se calculará del siguiente modo:

$$A = \frac{l^2}{f} \quad [-] \quad (2.1.6.2)$$

siendo  $f$  la superficie total del ala en  $\text{m}^2$ .



**Fig. 2.1.6-1**

Fineza del perfil NACA 4412 para tres distintos alargamientos del ala

Por regla general, las polares se publican para un alargamiento infinito, es decir, para un ala infinitamente larga en relación a su anchura (curva superior en la Fig. 2.1.6-1).

Si el ala no es infinitamente larga, en la punta de la misma se generará una resistencia adicional, llamada resistencia inducida, que deberá sumarse al coeficiente de resistencia  $c_w$  dado por la polar válida para  $\Lambda = \infty$ . El coeficiente correspondiente a esta resistencia inducida se calcula con la siguiente fórmula:

$$c_{w\ ind} = \frac{c_a^2}{\pi \cdot \Lambda} \quad (2.1.6.3)$$

de modo que el coeficiente de resistencia total del ala será:

$$c_{w\ tot} = c_w + c_{w\ ind} \quad (2.1.6.4)$$

Según [Le Gourières], para asegurar la misma sustentación al ángulo de ataque óptimo  $\alpha_{opt}$  deberá sumársele el llamado ángulo inducido  $\alpha_{ind}$ , que se calculará del siguiente modo:

$$\alpha_{ind} = \frac{c_a}{\pi \cdot \Lambda}$$

El coeficiente de sustentación  $c_a$  en cambio no depende perceptiblemente del alargamiento del ala.

Pero debido a la ecuación (2.1.5.2), la fineza sí que dependerá del alargamiento. La Fig. 2.1.6-1 muestra la fineza del perfil NACA 4412 para tres diferentes alargamientos.

Lo primero que salta a la vista en la Fig. 2.1.6-1 es que la fineza aumenta considerablemente con el alargamiento del ala, es decir, **las alas largas y estrechas son aerodinámicamente más eficientes que las alas cortas y anchas**. Los planeadores utilizan este principio: tienen alas muy largas y estrechas, ya que, al no disponer de motor, no se pueden permitir el lujo de perder velocidad a causa de una excesiva resistencia de las alas (y del fuselaje, que también es muy estrecho). Pero la más sabia de todas sigue siendo la naturaleza, que desde tiempos inmemoriales conoce las leyes de la aerodinámica hasta tal punto, que incluso muchos árboles son capaces de “construir” semillas con alas de “helicóptero” para asegurarse la supervivencia “lejos de casa”, o los albatros, que con sus largas y finas alas son capaces de sobrevolar océanos enteros sin apenas moverlas.

Obsérvese que el ángulo óptimo de ataque disminuye con el alargamiento del ala. Por ejemplo, según la Fig. 2.1.6-1, un ala rectangular con un perfil NACA 4412 de 10 metros de longitud y 1 metro de anchura ( $A = 10$ ) tendría un ángulo óptimo de ataque cercano a  $0^\circ$ . En una ala aún más corta y ancha, el ángulo de ataque llegaría a ser negativo (aprox.  $-1^\circ$ ).

### Ejemplo 2.1.6

La pala rectangular de un rotor eólico con un perfil NACA 4412 tiene una longitud de 2 m y una anchura de 28 cm.

Calcúlese la fineza de la pala bajo un ángulo de ataque  $\alpha = 6^\circ$ .

Según la ecuación (2.1.6.1), el alargamiento de la pala es:

$$A = \frac{200 \text{ cm}}{28 \text{ cm}} = 7,14$$

Según la polar de la Fig. 2.1.4-2, los respectivos coeficientes son  $c_a = 0,96$  y  $c_w = 0,011$ .

El coeficiente de resistencia inducida es (ecuación (2.1.6.2)):

$$c_{w \text{ ind}} = \frac{0,96^2}{\pi \cdot 7,14} = 0,041$$

y el coeficiente de resistencia total:

$$c_{w \text{ tot}} = 0,011 + 0,041 = 0,052$$

El coeficiente de sustentación no varía.

Con la ecuación (2.1.5.2) calcularemos la fineza de la pala:

$$\varepsilon = \frac{c_a}{c_{w \text{ tot}}} = \frac{0,96}{0,052} = 18,5$$

Según la Fig. 2.1.4-2, la fineza del ala de alargamiento infinito bajo un ángulo de ataque de  $6^\circ$  sería aprox. 88, de modo que la fineza de esta pala se vería reducida aprox. un 80% con respecto al caso ideal.

### 2.1.7 El número de Reynolds

La fineza de un ala también depende del denominado número de Reynolds ( $Re$ )<sup>4</sup>, que es una medida de la calidad de la circulación del aire alrededor de la misma y que se define del siguiente modo:

$$Re = \frac{v \cdot t}{\nu} \quad [-] \quad (2.1.7.1)$$

siendo el denominador la viscosidad cinemática del aire, que bajo condiciones normales tiene el siguiente valor:

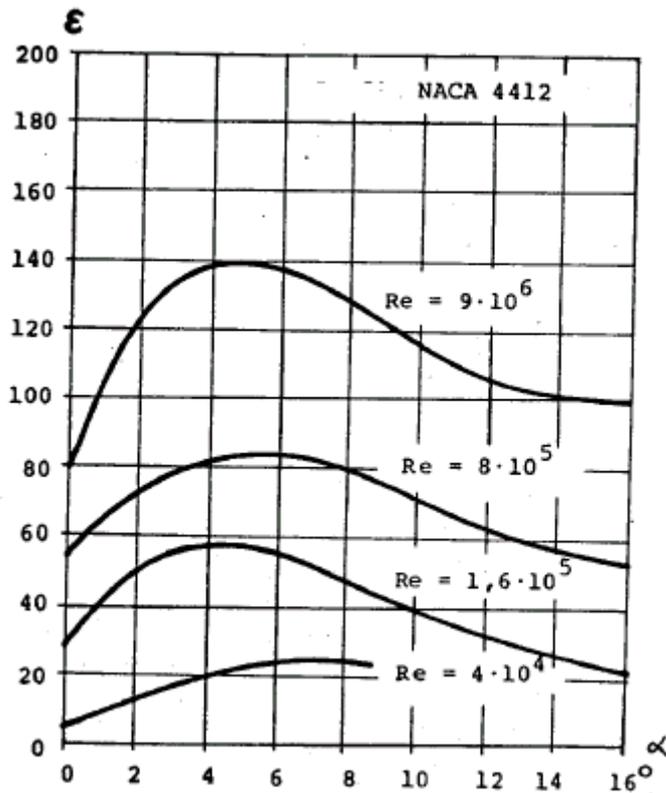
$$\nu = 15 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2\text{/s]}$$

$t$  [m] es la anchura del ala (= longitud de la cuerda del perfil) y  $v$  [m<sup>2</sup>/s] la velocidad del aire que la barre.

Toda ala tiene su *número de Reynolds crítico* ( $Re_{crit}$ ). Si la medida de la circulación del aire alrededor del ala es inferior a este valor crítico, el coeficiente de sustentación disminuirá y el de resistencia aumentará, es decir, la fineza del ala disminuirá rápidamente. La Fig. 2.1.7-1 muestra la dependencia de la fineza del perfil NACA 4412 del número de Reynolds.

---

<sup>4</sup> En una nota al pie [Betz] nos ofrece una explicación muy lúcida del número de Reynolds: "En muchos cuerpos, el coeficiente de resistencia no sólo depende de la forma del cuerpo, sino del tamaño absoluto del mismo, de la velocidad y de las propiedades del aire (o del fluido en el que tiene lugar el movimiento), es decir, de su viscosidad cinemática. Todos estos factores se influncian mutuamente. Por ejemplo, el multiplicar por dos las medidas de longitud cuando se agranda un cuerpo de modo geoméricamente proporcional tiene la misma influencia que multiplicar por dos la velocidad o reducir la viscosidad cinemática a la mitad. Esto nos permite describir las influencias descritas con una sola cifra, que contiene las dimensiones del cuerpo, la velocidad y la viscosidad cinemática del fluido. Esta cifra se denomina número de Reynolds. Se obtiene multiplicando una longitud característica del cuerpo en metros por la velocidad en m/seg y dividiendo el resultado por la viscosidad cinemática en m<sup>2</sup>/seg (la viscosidad cinemática del aire es aprox. 0,000014 m<sup>2</sup>/seg). Con el número de Reynolds se limita el campo de validez de los coeficientes de resistencia de un cuerpo. En la literatura aeronáutica, en lugar del número de Reynolds a menudo se utiliza la llamada cifra característica, que se obtiene multiplicando la longitud característica del cuerpo en mm por la velocidad en m/seg. Si multiplicamos esta cifra característica por 70 obtendremos el correspondiente número de Reynolds."



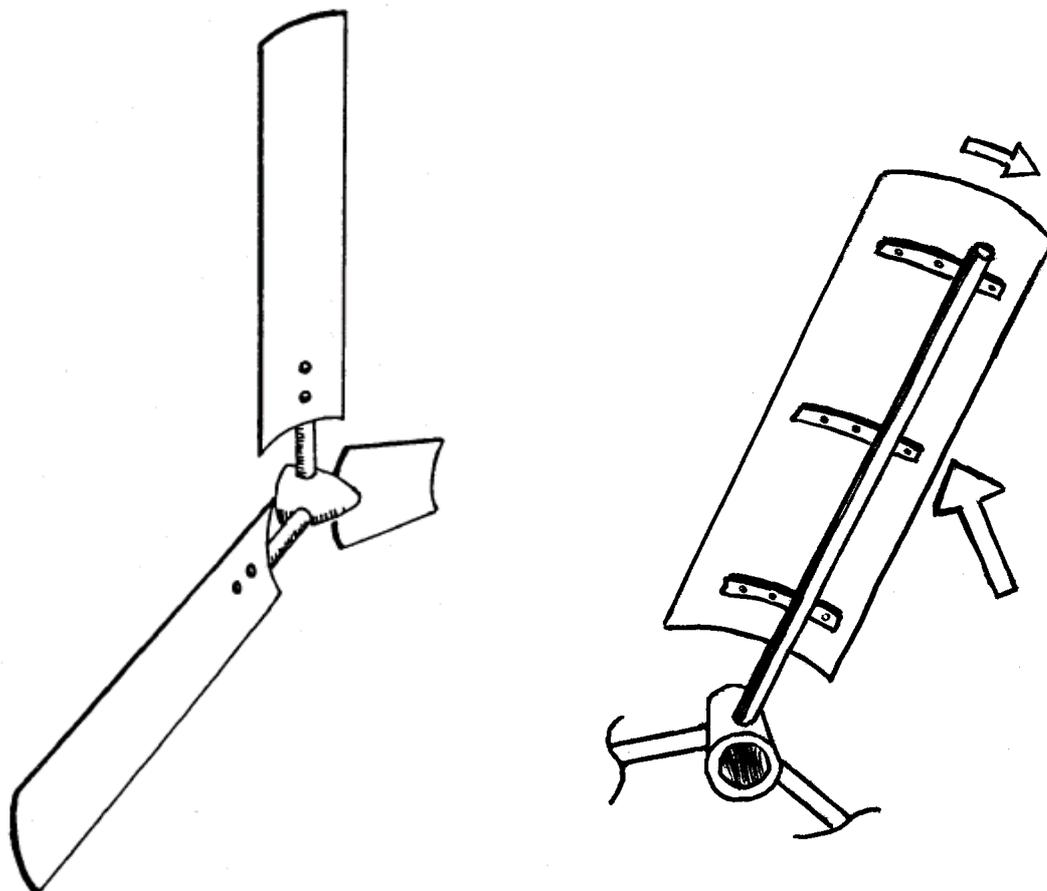
**Fig. 2.1.7-1**

Influencia del número de Reynolds sobre la fineza de un ala [*Jansen et Smulders*]

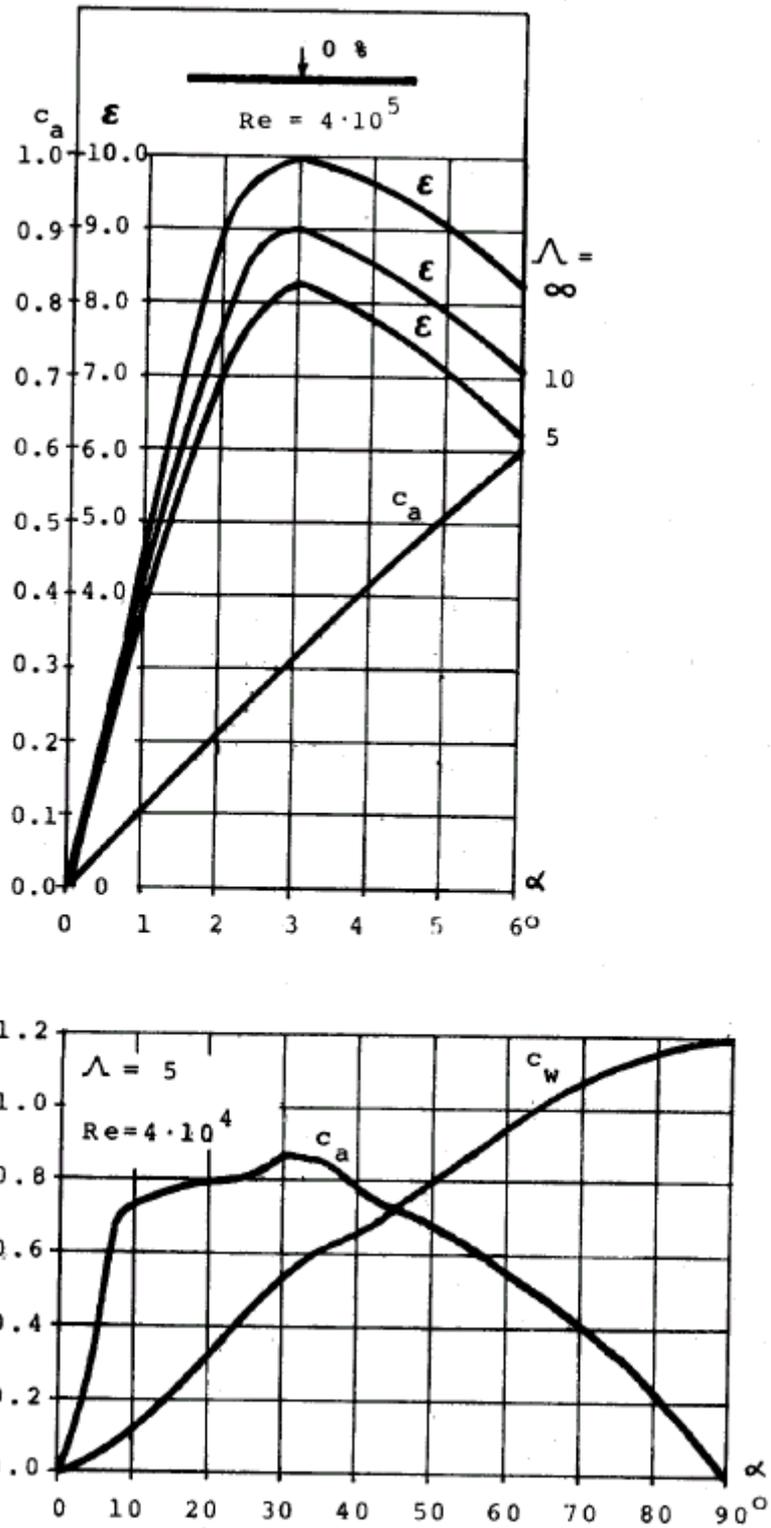
### 2.1.8 Perfil del ala

Los perfiles aerodinámicamente más eficientes tienen la forma llena representada en la Fig. 2.1.2-1. Se caracterizan por su elevada fineza.

Para la construcción de las palas también se pueden utilizar chapas metálicas ligeramente curvadas (Fig. 2.1.8-1), pero su fineza –y, por consiguiente, su rendimiento– será notablemente inferior al de las palas con perfiles llenos. A la derecha de la Fig. 2.1.8-1 podemos ver el sistema de fijación de las palas de chapa curvada de un rotor *CWD 2740* [*Jansen et Smulders*]. Según mediciones realizadas por estos autores, es muy importante que la barra se encuentre en el intradós de las palas (la cara atacada por el viento), de lo contrario su rendimiento aerodinámico será considerablemente inferior. Quizás sería conveniente prever también un poco de espacio entre la barra y la pala. La Fig. 2.1.8-2 representa la polar de una chapa plana, y las figuras 2.1.8-3 y 2.1.8-4 las polares de chapas con distintas curvaturas, con el alargamiento de las palas como parámetro.



**Fig. 2.1.8-1**  
Rotor eólico con palas de chapa curvada



**Fig. 2.1.8-2**  
Polar de una chapa plana

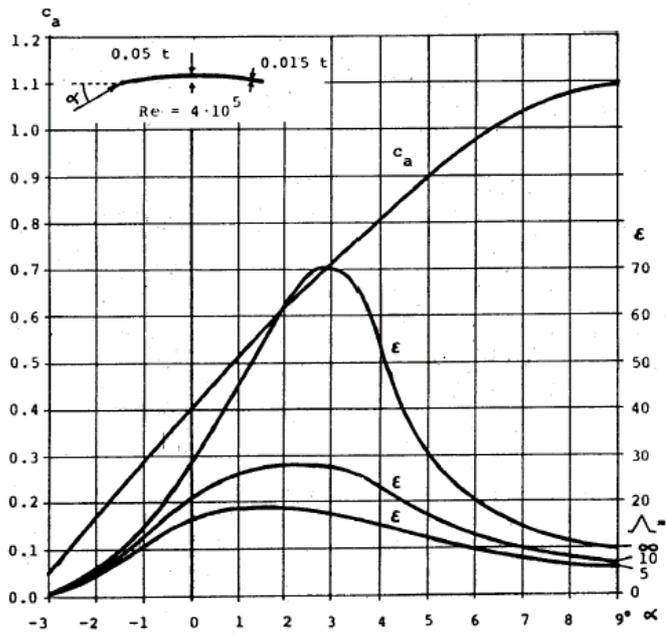


Fig. 2.1.8-3 Polar de una chapa curvada (5%)

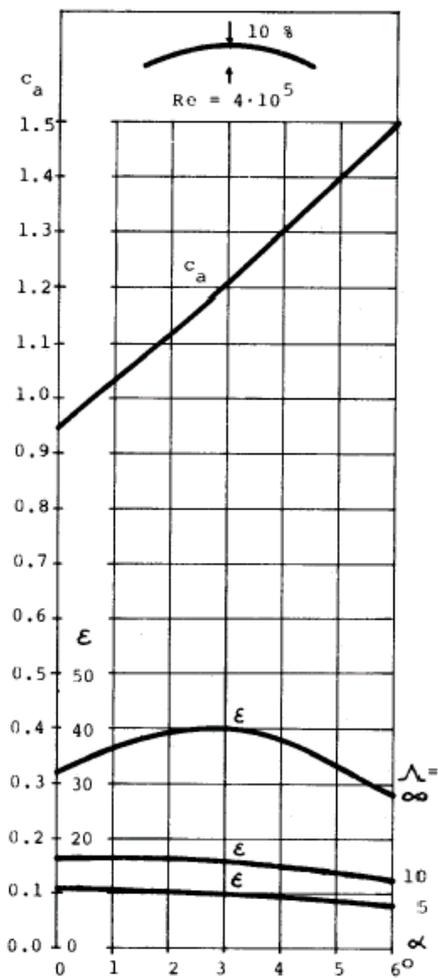


Fig. 2.1.8-3 Polar de una chapa curvada (10%)

## 2.2 Las palas de un rotor eólico

Las palas de un rotor eólico se comportan del mismo modo que las alas de un avión, con la diferencia de que la velocidad y el ángulo de ataque del aire que las impulsa varía a lo largo de las mismas.

### 2.2.1 El elemento de pala

Vamos a estudiar primero el comportamiento de un trozo o elemento de ala, que luego extenderemos a toda la pala. La Fig. 2.2.1-1 muestra un elemento de ala que gira alrededor del eje del rotor a la distancia  $r$  [m].  $\Delta A$  y  $\Delta W$  son las respectivas fuerzas aerodinámicas que actúan sobre el elemento (Fig. 2.2.3-1).

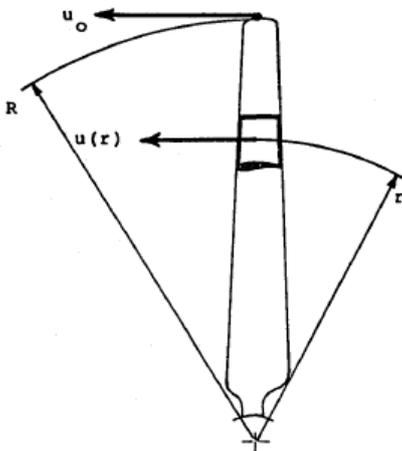


Fig. 2.2.1-1 Definición de un elemento de pala

### 2.2.2 La velocidad específica local

La velocidad específica de un elemento de pala se define del siguiente modo:

$$\lambda = \frac{u(r)}{v} \quad [-], \quad (2.2.2.1)$$

donde  $u(r)$  es la velocidad tangencial del elemento [m/s] y  $v$  la velocidad del viento [m/s].

Dividiendo la ecuación (2.2.2.1) por la ecuación (1.6.1) obtendremos

$$\frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{u(r)}{u_0} \quad (2.2.2.2)$$

o, teniendo en cuenta la ecuación (1.6.4)

$$\lambda = \lambda_0 \frac{r}{R} \quad [-] \quad (2.2.2.3)$$

Denominemos la relación  $r/R$  *radio específico* (o *local*) del rotor eólico.

### Nota importante

Téngase en cuenta que en adelante la velocidad específica  $\lambda$  **sin índice** siempre significa la velocidad específica expresada por la ecuación (2.2.2.3).

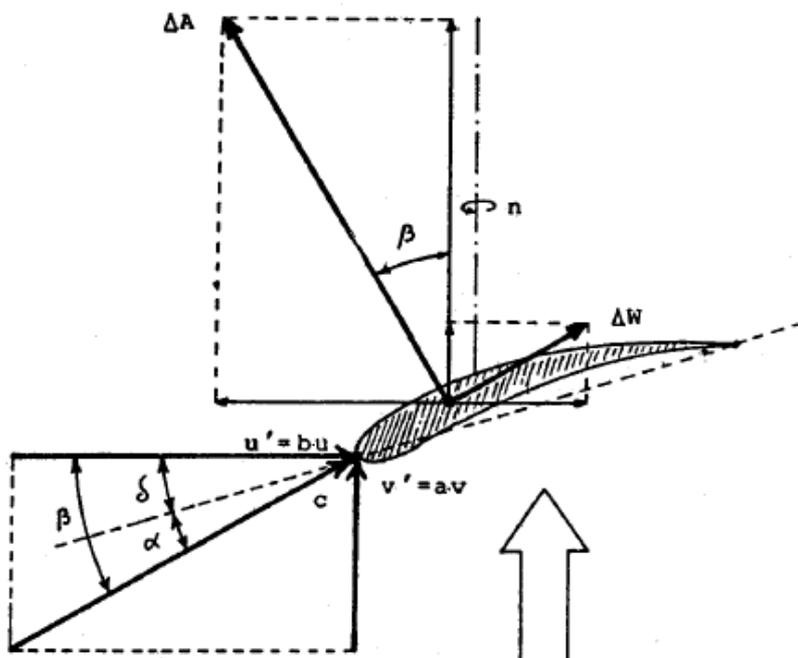
### 2.2.3 Acción del viento sobre el elemento de pala

Sobre el elemento de pala que gira alrededor del eje del rotor actúan dos componentes de velocidad: por un lado, la del aire ralentizado  $v'$  en dirección del viento principal (ver capítulo 1.2) y por el otro lado la velocidad  $u'$  con la que el elemento de pala corta la masa de aire. La componente  $u'$  es perpendicular al eje del rotor. Un observador imaginario sobre el elemento de pala no podrá distinguir si el elemento se mueve con respecto a la masa de aire o ésta con respecto a él. Sólo “sentirá” la suma vectorial de las velocidades  $v'$  y  $u'$  (aparte de la fuerza centrífuga) (Fig. 2.2.3-1):

$$\vec{c} = \vec{v}' + \vec{u}' \quad (2.2.3.1)$$

Llamemos la resultante  $c$  *velocidad local de ataque*. Como  $v'$  y  $u'$  siempre son perpendiculares, la magnitud de esta velocidad  $c$  será:

$$c = \sqrt{v'^2 + u'^2} \quad [\text{m/s}] \quad (2.2.3.2)$$



**Fig. 2.2.3-1** Acción del aire sobre el elemento de pala ( $\alpha$  ángulo de ataque de la pala,  $\delta$  ángulo de calado de las palas = posición de las palas con respecto al plano del rotor)

Debido a las turbulencias de la masa de aire que se crean a la altura del rotor, la velocidad  $u'$  será mayor que la velocidad tangencial  $u(r)$  del elemento de pala, lo cual se puede expresar de la siguiente manera:

$$u' = b \cdot u(r) = b \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \cdot r \quad (2.2.3.3)$$

siendo el factor  $b$  siempre igual o mayor que 1, es decir

$$b \geq 1$$

Nota:

En las eólicas muy lentas ( $\lambda_d = 1$ )  $\rightarrow b = 1,2$  y en las rápidas ( $\lambda_d > 3$ )  $\rightarrow b = 1,02$

Teniendo en cuenta las ecuaciones (2.2.2.1) y (2.2.3.3) obtendremos:

$$u' = b \cdot \lambda \cdot v \quad (2.2.3.4)$$

Según la ecuación (1.2.2), la velocidad  $v'$  es:

$$v' = a \cdot v$$

Introduciendo estas expresiones en la ecuación (2.2.3.2), finalmente obtendremos la siguiente importante fórmula:

$$c = v \cdot \sqrt{b^2 \cdot \lambda^2 + a^2} \quad [\text{m/s}] \quad (2.2.3.5)$$

Los valores óptimos de los factores  $a$  y  $b$  pueden ser calculados mediante la denominada teoría turbillonaria (por ejemplo [*Le Gourières*]).

En el capítulo 1.2 ya hemos visto que un rotor eólico desarrolla su máxima potencia para un factor de ralentización  $a_{opt} = 2/3$ . Sin embargo, esto sólo es válido para un rotor ideal con una velocidad específica infinita. Para velocidades específicas finitas, la ralentización óptima será mayor que  $2/3$ .

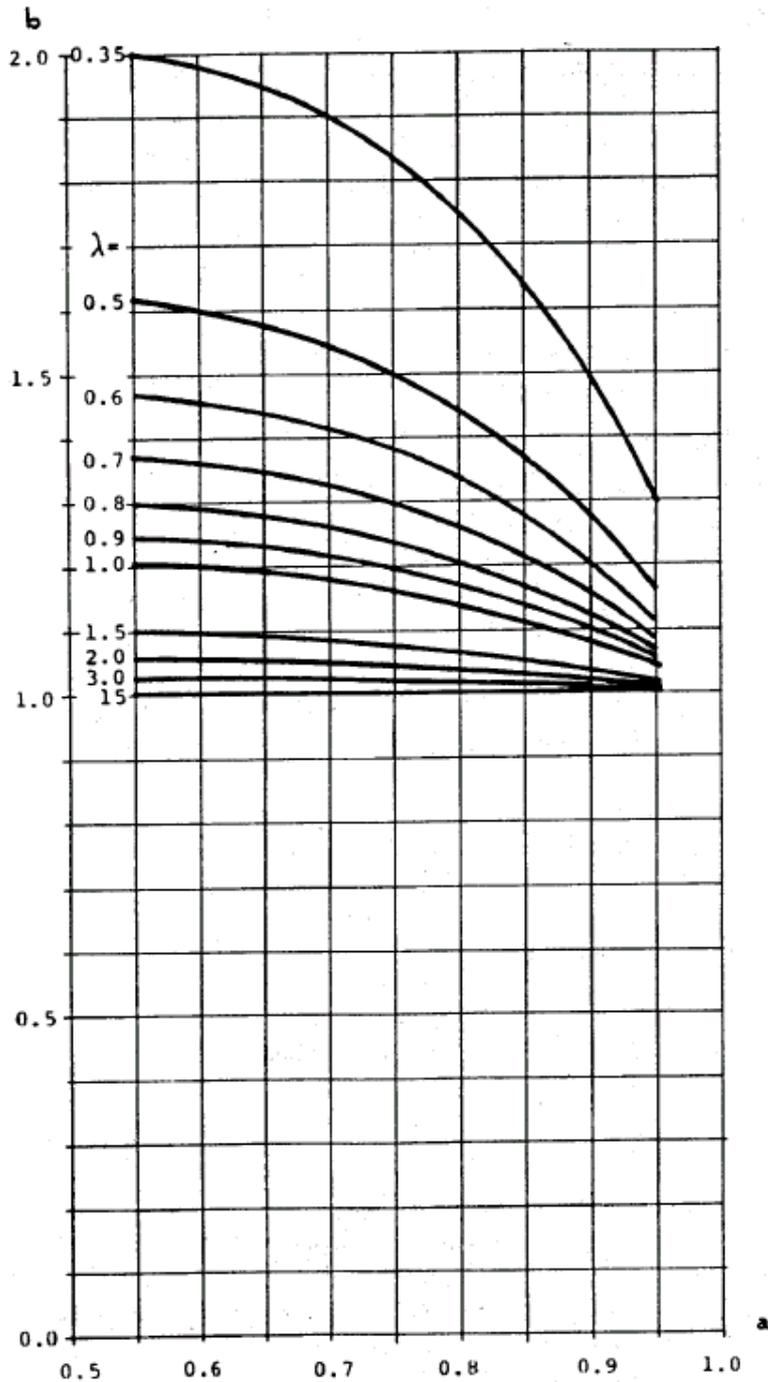
Según la teoría turbillonaria [*Le Gourières*], entre los factores  $a$  y  $b$  existe la siguiente relación (Fig. 2.2.3-2):

$$b = \frac{1}{2} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4a(1-a)}{\lambda^2}} \right) \quad (2.2.3.6)$$

La Fig. 2.2.3-3 muestra los valores óptimos de los factores  $a$  y  $b$  así como el máximo coeficiente de potencia  $c'_{pmax}$  del elemento de pala en función de la velocidad específica local  $\lambda$ . En este diagrama, por ejemplo podemos ver que en un rotor lento  $\lambda_d = 1$ , un

elemento de pala a la distancia  $r = R/2$  ( $\lambda = 0,5\lambda_0$ ) no puede alcanzar un coeficiente de potencia superior a 0,38, incluso si sus palas están construidas con perfiles aerodinámicamente muy eficientes.

Obsérvese también que para grandes valores de  $\lambda$ , el factor de ralentización  $a$  y el coeficiente de potencia tienden hacia los valores ideales (límite de *Betz*) indicados en el capítulo 1.2 ( $a_{opt} = 2/3$ ,  $c_{pmax} = 16/27$ ).



**Fig. 2.2.3-2**

El factor  $b$  en función de la ralentización  $a$  con la velocidad específica local como parámetro.

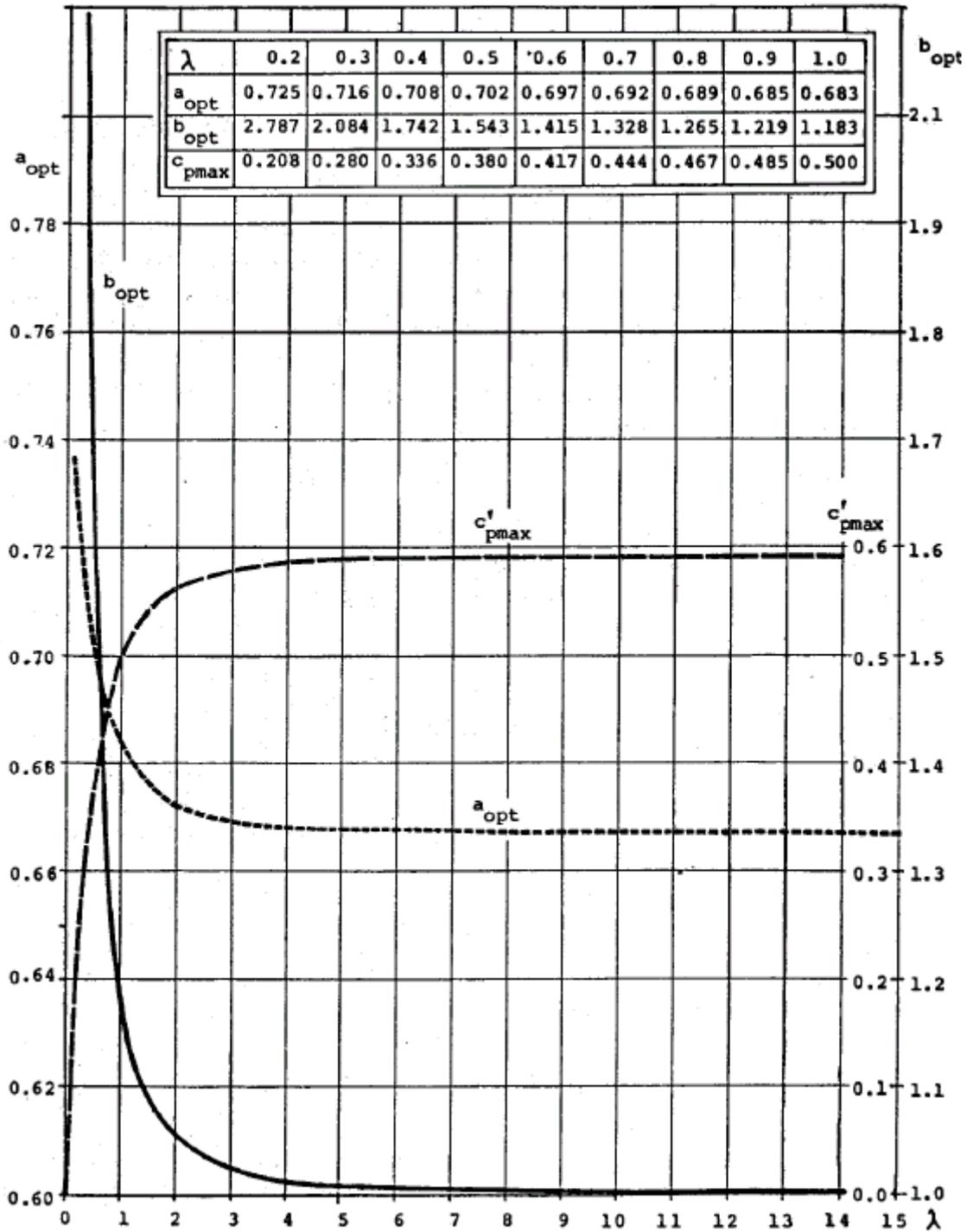


Fig. 2.2.3-3  
Valores óptimos de los factores  $a$  y  $b$  [Le Gourières]

### 2.2.4 Ángulo óptimo de incidencia

Importante para diseñar óptimamente las palas de un rotor eólico es el ángulo de incidencia  $\beta$ , es decir, el ángulo que forma el vector de la velocidad  $c$  con el plano del rotor.

En la Fig. 2.2.3-1 vemos que

$$\tan \beta = \frac{v'}{u'} = \frac{a}{b \cdot \lambda} \quad (2.2.4.1)$$

y, por consiguiente,

$$\beta = \arctan \left( \frac{a}{b \cdot \lambda} \right) \quad (2.2.4.2)$$

El ángulo óptimo de ataque (bajo el cual el elemento de pala desarrollará su máxima potencia) se obtiene introduciendo en la ecuación (2.2.4.2) los valores óptimos de los factores  $a$  y  $b$ :

$$\beta_{\text{opt}} = \arctan \frac{a_{\text{opt}}}{b_{\text{opt}} \cdot \lambda} \quad (2.2.4.3)$$

[Lysen] ofrece una fórmula que permite calcular rápidamente el ángulo óptimo de incidencia ( $\beta_{\text{opt}}$ ) de un elemento de pala situado a la distancia relativa  $r/R$ :

$$\beta_{\text{opt}} = \frac{2}{3} \arctan \left( \frac{1}{\lambda_d \frac{r}{R}} \right) \quad (2.2.4.4)$$

siendo  $\lambda_d$  la velocidad específica nominal del rotor que queremos construir. La Fig. 2.2.4-1 muestra  $\beta_{\text{opt}}$  en función del factor  $\lambda_d \cdot (r/R)$ .

Entre los ángulos de calado del elemento de pala  $\delta$  (el ángulo que forma la cuerda del perfil con el plano de rotación del rotor), de ataque  $\alpha$  (ángulo entre el vector  $c$  y la cuerda del perfil) y el ángulo  $\beta$  (entre el vector  $c$  y el plano de rotación del rotor) existe la siguiente relación (Fig. 2.2.3-1):

$$\delta = \beta - \alpha \quad (2.2.4.5)$$

Para poder trabajar con el máximo rendimiento (máxima fineza), cada elemento deberá ser atacado por la velocidad resultante  $c$  bajo el ángulo  $\alpha_{\text{opt}}$  indicado por la polar de dicho perfil. Por lo tanto, la posición óptima de este elemento de pala con respecto al plano del rotor será:

$$\delta_{\text{opt}} = \beta_{\text{opt}} - \alpha_{\text{opt}} \quad (2.2.4.6)$$

Debido a que  $\beta_{opt}$  depende de la distancia  $r$  (ecuación (2.2.4.4)), pero  $\alpha_{opt}$  sólo del perfil elegido (polar),  $\delta_{opt}$  también dependerá de  $r$ , es decir, unas palas óptimamente diseñadas tendrán un ángulo de calado variable a lo largo de su extensión. Se las llama *palas torsionadas* (Fig. 2.2.4-2).

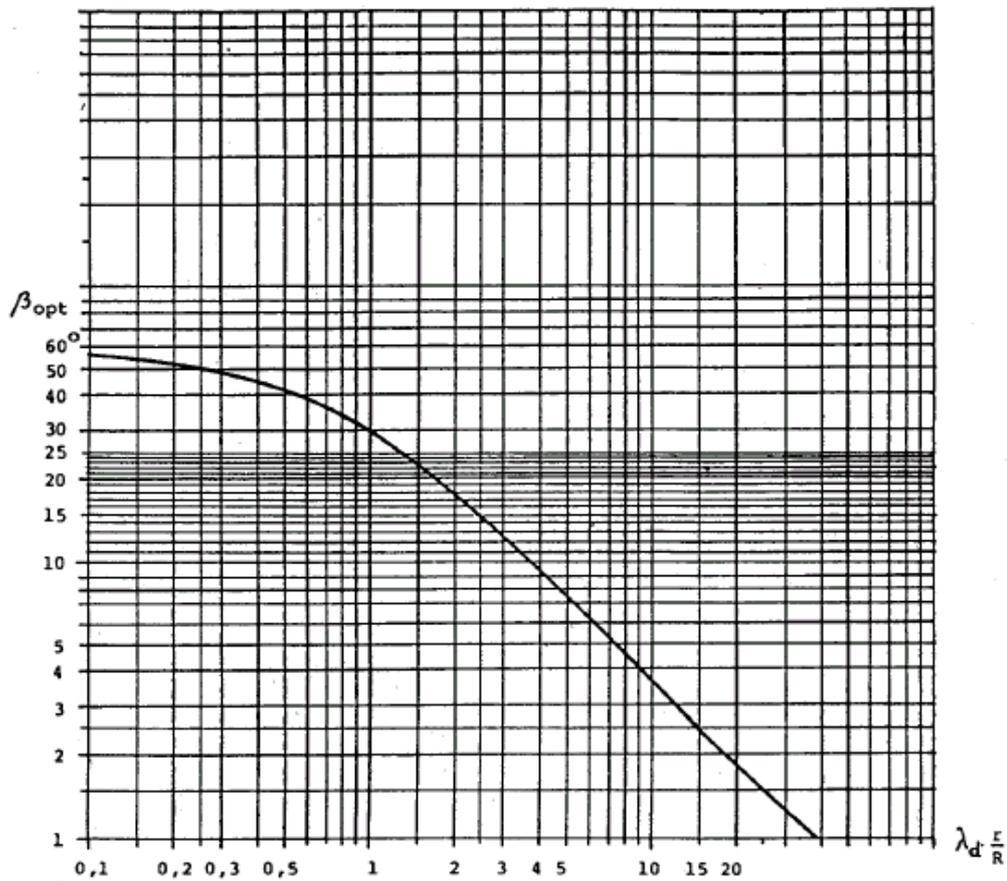


Fig. 2.2.4-1 El ángulo  $\beta_{opt}$  en función del factor  $\lambda_d \cdot (r/R)$

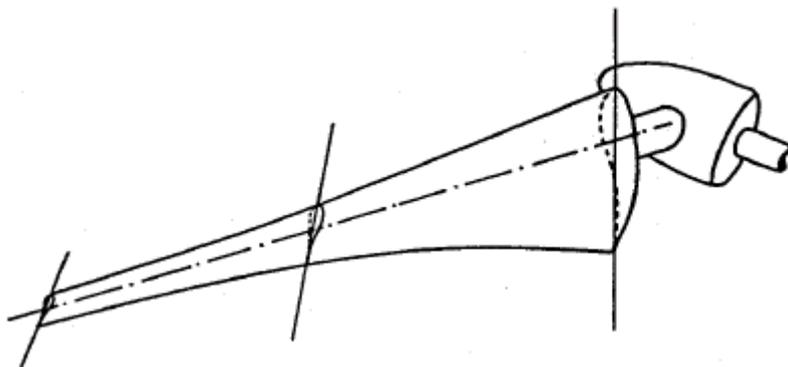


Fig. 2.2.4-2 Pala torsionada

## 2.2.5 Anchura óptima del elemento de pala

La anchura óptima del elemento de pala a la distancia  $r$  del eje del rotor se puede calcular con la siguiente fórmula [Lysen]:

$$t_{opt} = \frac{8\pi \cdot r}{z \cdot c_{aopt}} (1 - \cos \beta_{opt}) \quad (2.2.5.1)$$

donde  $z$  es el número de palas y  $c_{aopt}$  el coeficiente de sustentación correspondiente al ángulo óptimo de ataque  $\alpha_{opt}$  del perfil elegido.

### 2.2.6 Diseño de las palas óptimas de un rotor eólico

Mediante las ecuaciones (2.2.4.4) y (2.2.5.1), ahora podemos diseñar las palas óptimas de un rotor de velocidad específica deseada ( $\lambda_d$ ). Para ello, calcularemos el ángulo óptimo de calado  $\delta_{opt}$  y la anchura óptima  $t_{opt}$  para distintos valores de  $r/R$ .

El espesor  $d$  de la pala, que debe ser proporcional a la longitud de la cuerda del perfil elegido, también variará a lo largo de la misma, siendo su valor óptimo:

$$d_{opt}(r) = \frac{d_p}{l_p} \cdot t_{opt}(r) \quad (2.2.6.1)$$

donde  $d_p/l_p$  es la relación entre el espesor y la longitud de la cuerda del perfil diseñado por su inventor (Fig. 2.1.4-3).

En este punto ya podemos constatar que la construcción artesanal de una pala ideal no será tarea fácil, ya que intervienen tres parámetros variables: anchura, espesor y ángulo de calado.



### 2.2.7 El contorno del ala

Para el diseño de las palas y el cálculo de la característica  $c_{pw}$ ,  $\lambda_o$  del rotor, la introducción de la llamada *función de contorno* (o *contorno*) del ala ha resultado ser sumamente práctica. Se define de la siguiente manera:

$$\mathcal{G} = \frac{t \cdot z \cdot c_a}{r} \quad (2.2.7.1)$$

Introduciendo esta definición en la ecuación (2.2.5.1), obtendremos el contorno óptimo de un elemento de pala:

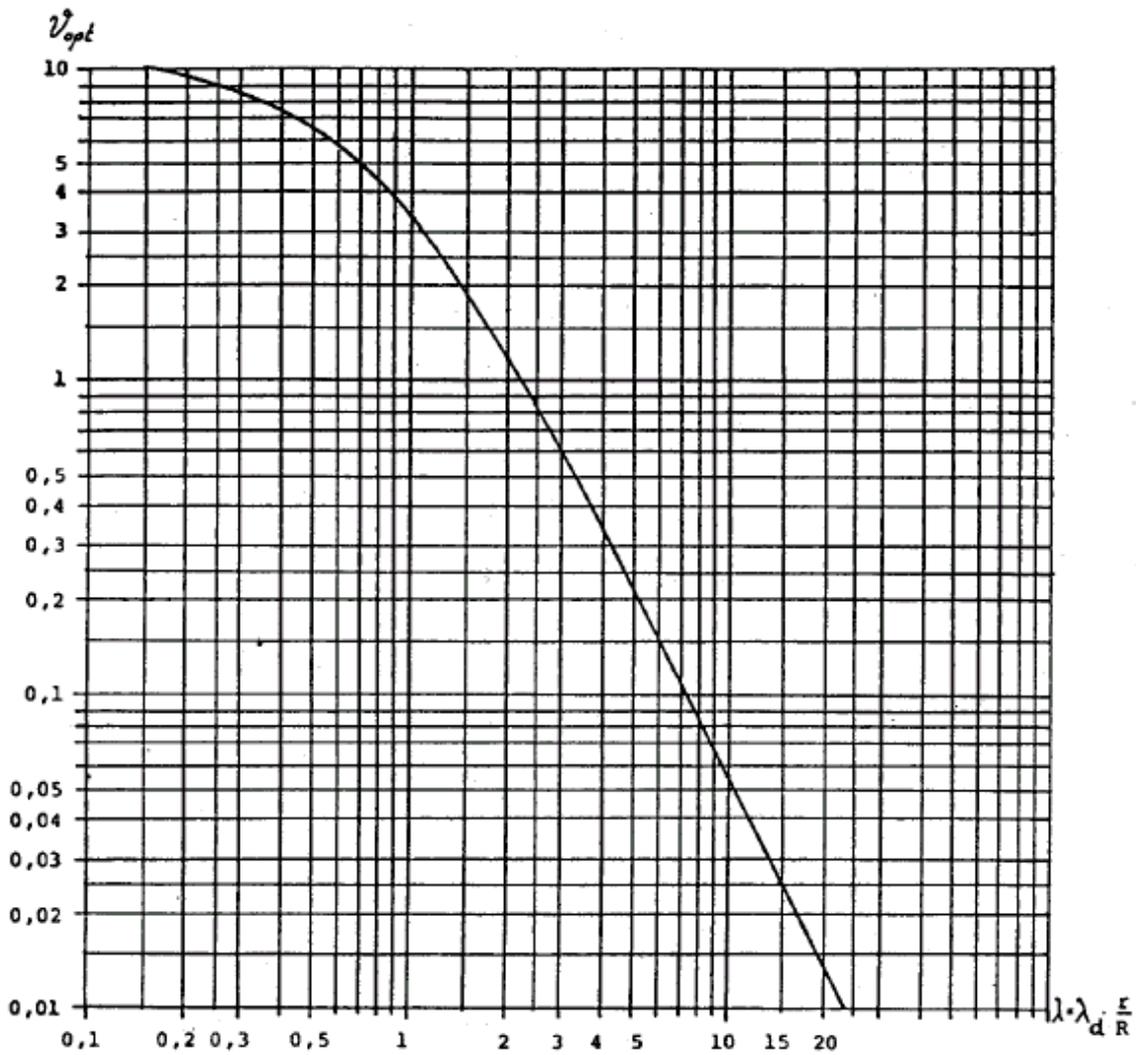
$$\mathcal{G}_{opt} = 8\pi \cdot (1 - \cos \beta_{opt}) \quad (2.2.7.2)$$

siendo  $\beta_{opt}$  el valor calculado mediante la ecuación (2.2.4.4).

Esto significa, que a cualquier distancia  $r$  del eje las palas ideales de un rotor de  $z$  palas deberán satisfacer la condición (2.2.7.2).

La Fig. 2.2.7-1 muestra  $\mathcal{G}_{opt}$  en función de la velocidad específica local  $\lambda$ .

El ángulo de calado óptimo dado por la ecuación (2.2.4.6) no varía de modo lineal. Una pala torsionada según esta fórmula será más difícil de construir. Sin hacer un error demasiado importante, el ángulo de calado a lo largo de la pala puede ser linealizado con la ayuda de la función de contorno.



**Fig. 2.2.7-1**  
Contorno ideal de un elemento de pala

Según la ecuación (2.2.7.1), un elemento de pala a la distancia  $r$  debe cumplir la siguiente condición:

$$t \cdot c_a = g_{opt} \cdot \frac{r}{z} = \boxed{\text{constante}} \quad (2.2.7.3)$$

es decir, el producto de la cuerda del perfil por el coeficiente de sustentación tiene que ser constante a lo largo de toda la pala. Si ahora linealizamos el ángulo de calado  $\delta_{opt}(r)$ , con la ecuación (2.2.4.5) podremos calcular el correspondiente ángulo de ataque del perfil en cada punto de la pala

$$\alpha(r) = \beta_{opt}(r) - \delta(r)$$

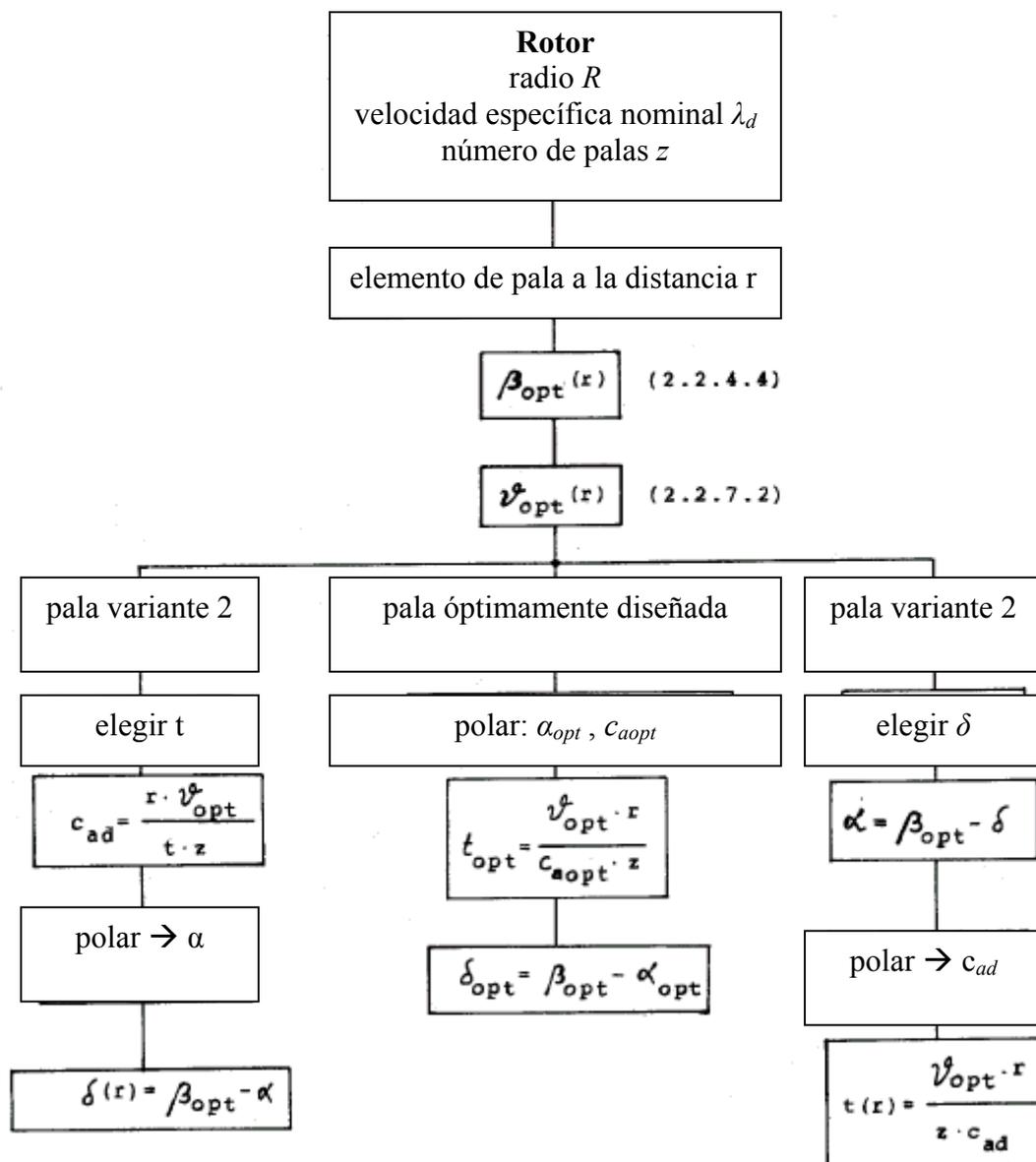
y a continuación determinar, con la ayuda de la polar del perfil elegido, el respectivo coeficiente de sustentación  $c_a$  y la anchura óptima del elemento de pala (ecuación (2.2.7.1)):

$$t = \frac{r \cdot g_{opt}}{z \cdot c_a}$$

Sin embargo, con esta simplificación tendremos que aceptar una menor fineza, ya que cualquier desviación del ángulo óptimo de ataque  $\alpha_{opt}$  reducirá la fineza del perfil (Fig. 2.1.4-2).

Pero también podremos proceder del modo opuesto, predefiniendo la anchura  $t(r)$  de la pala y a continuación calculando el ángulo de calado correspondiente a cada punto del ala de tal modo, que la ecuación (2.2.7.1) se cumpla. Aunque en este caso, la pala torsionada resultante seguirá siendo complicada de construir.

La Fig. 2.2.7-2 muestra esquemáticamente las posibilidades de diseñar las palas de un rotor eólico.



**Fig. 2.2.7-2**

Procedimiento esquemático para diseñar las palas de un rotor eólico

### Ejemplo 2.2.7

Determinese la anchura y el ángulo de calado óptimos de las tres palas de un rotor eólico de velocidad específica nominal  $\lambda_d = 4$  y diámetro  $D = 5$  m. El perfil previsto es NACA 4412.

El ángulo óptimo de ataque de este perfil es  $\alpha_{opt} = 6^\circ$  y el correspondiente coeficiente de sustentación = 0,95 (Fig. 2.1.4-2).

Utilizando el procedimiento indicado en la Fig. 2.2.7-2, obtendremos los siguientes valores a lo largo de la pala:

$r$	[m]	2,5	2,0	1,5	1,0	0,5
$r/R$	[—]	1	0,8	0,6	0,4	0,2
$\beta_{opt}$	[°]	9,35	11,6	15,1	21,3	34,2
$\vartheta_{opt}$	[—]	0,33	0,51	0,87	1,72	4,35
$t_{opt}$	[cm]	28,9	35,8	45,8	60,3	76,3
$\delta_{opt}$	[°]	3,35	5,6	9,1	15,3	28,2

Veamos ahora la variante 2 si linealizamos el ángulo de calado  $\delta$  entre  $r/R = 1$  y  $r/R = 0,4$  (Fig. 2.2.7-3):

$r$	[m]	2,5	2,0	1,5	1,0	$\leq 0,5$
$\delta_{lin}$	[°]	3,35	7,5	11,5	15,3	15,3
$\alpha$	[°]	6	4,1	3,6	6	18,9
$c_{ad}$	[—]	0,95	0,78	0,74	0,95	1,55
$t$	[cm]	28,9	43,6	58,8	60,3	46,8

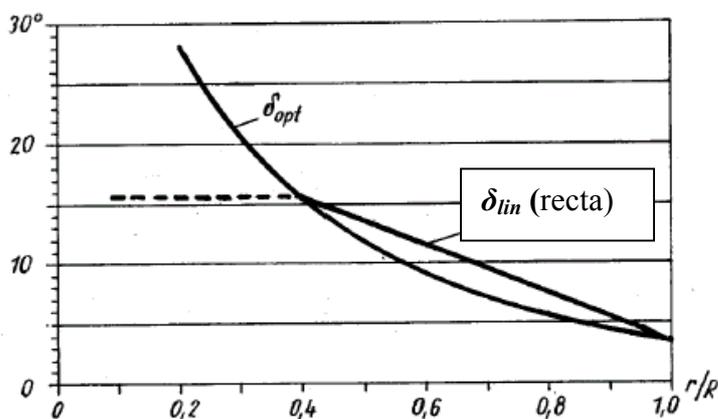


Fig. 2.2.7-3 Linealización del ángulo de calado de una pala

### 2.2.8 Cálculo del coeficiente de potencia del elemento de pala

Según la teoría turbillonaria, que tiene en cuenta las pérdidas inducidas por los torbellinos de aire que se forman detrás de las alas, el coeficiente de potencia del elemento de pala se calcula con la siguiente fórmula [*Le Gourières*]:

$$c'_p = 4 \cdot \lambda^2 \cdot a \cdot (b - 1) \quad (2.2.8.1)$$

y el rendimiento del elemento de pala en función de la fineza limitada del perfil [*Betz*]:

$$\eta_F = \frac{1 - \frac{1}{\varepsilon} \cot \beta}{1 + \frac{1}{\varepsilon} \tan \beta} \quad (2.2.8.2)$$

donde  $\beta$  es el valor expresado por la ecuación (2.2.4.2).

Las figuras 2.2.8-1 y 2.2.8-2 representan este rendimiento en función del ángulo  $\beta$  y de la velocidad específica local  $\lambda$  para diferentes finezas del perfil. De estas figuras se desprende, que las palas de los rotores lentos no precisan perfiles de elevada fineza, al contrario de los rotores rápidos, en las que el rendimiento  $\eta_F$  decrece rápidamente con la velocidad específica (Fig. 2.2.8-2).

El coeficiente total de potencia del elemento de pala se calculará del siguiente modo:

$$c_p = c'_p \cdot \eta_F \quad (2.2.8.3)$$

Para un elemento de pala de contorno y ángulo de calado óptimos, para  $\lambda_o = \lambda_d$  son válidas las siguientes relaciones:

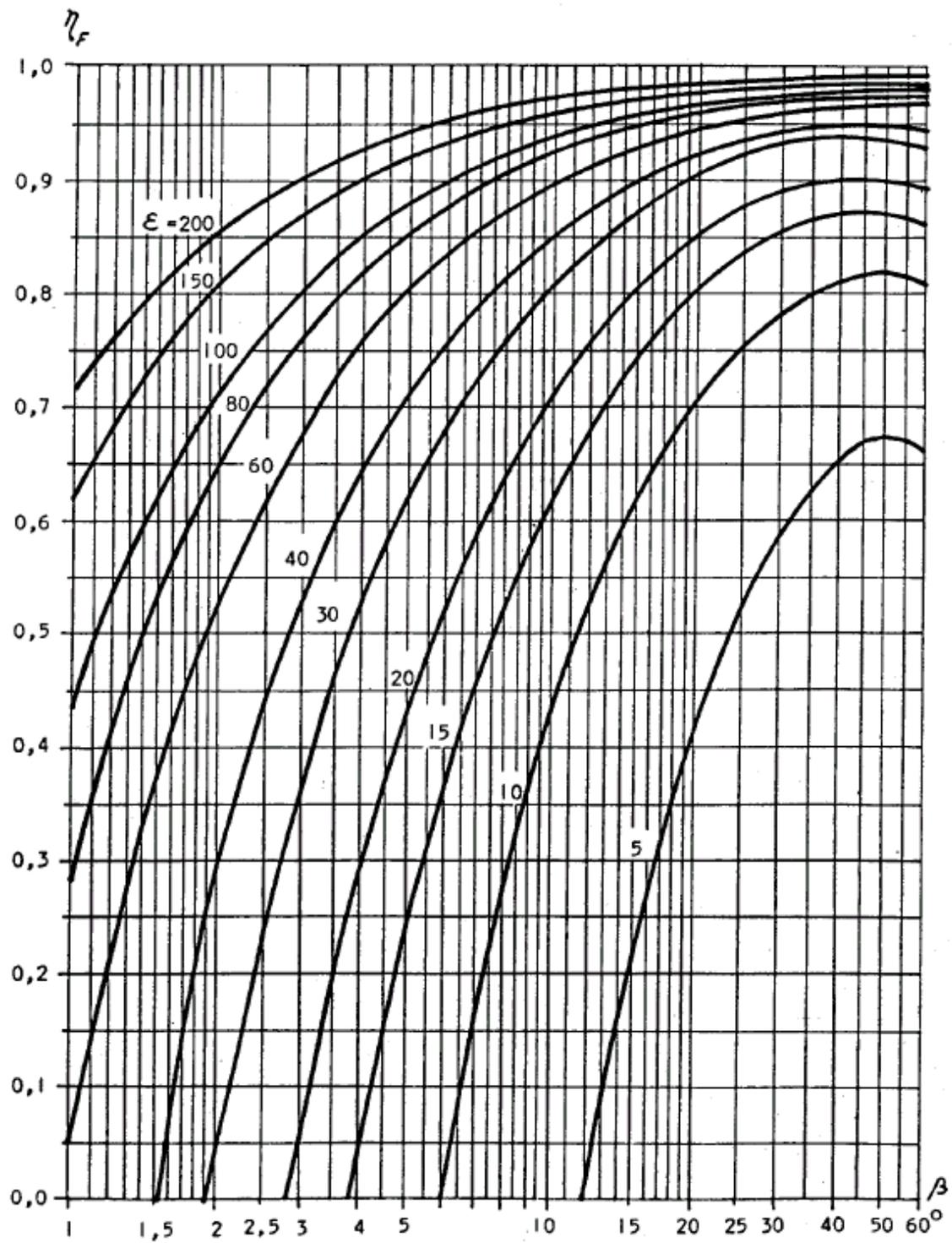
$$c'_{p \max} = 4 \cdot \lambda^2 \cdot a_{opt} \cdot (b_{opt} - 1)$$

y

$$\eta_F = \frac{1 - \frac{1}{\varepsilon} \cot \beta_{opt}}{1 + \frac{1}{\varepsilon} \tan \beta_{opt}}$$

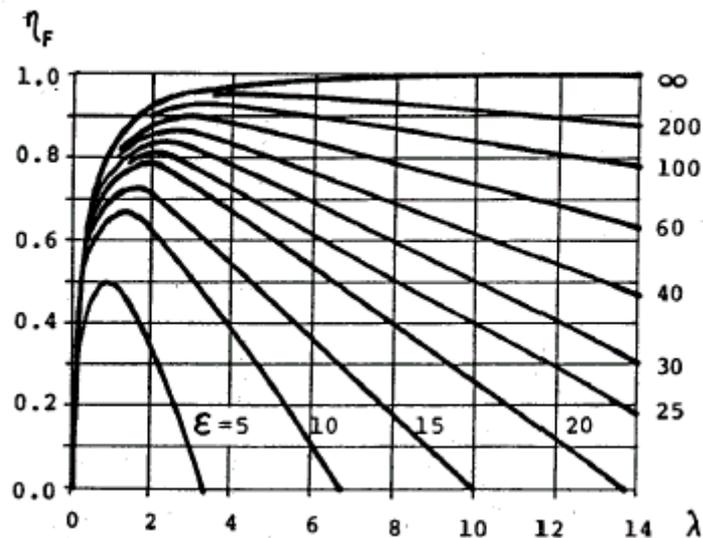
siendo  $\beta_{opt}$  el valor expresado por la ecuación (2.2.4.4).

$c'_{p \max}$  puede determinarse directamente en la Fig. 2.2.3-3.



**Fig. 2.2.8-1**

Rendimiento del elemento de pala en función del ángulo  $\beta$  y de la fineza  $\epsilon$



**Fig. 2.2.8-2**

Rendimiento del elemento de pala en función de la velocidad específica local y de la fineza

### 2.2.9 Coeficiente de potencia de toda la pala

El coeficiente de potencia de toda la pala no se puede obtener por simple adición de los coeficientes de potencia de los diferentes elementos la misma, sino que deberá ser determinado del siguiente modo:

La pala se divide por ejemplo en 10 elementos de la misma longitud. Sea  $c_{p1}$  el coeficiente de potencia del elemento más alejado del eje (punta de la pala) y  $c_{p10}$  el del elemento más cercano al mismo. Si prescindimos del buje del rotor, la superficie barrida por el elemento más alejado del eje es (Fig. 2.2.9-1):

$$\Delta F_1 = 0,19 \cdot \pi \cdot R^2$$

y su aportación a la potencia total  $P$  de la pala

$$\Delta P_1 = 0,19 \cdot P$$

El segundo elemento aportará

$$\Delta P_2 = 0,17 \cdot P$$

etc.

Por lo tanto, el coeficiente de potencia de toda la pala se calculará del siguiente modo:

$$c_{pF} = 0,19c_{p1} + 0,17c_{p2} + 0,15c_{p3} + \dots + 0,01c_{p10}$$

0

$$c_{pF} = \sum_{j=1}^{10} (0,21 - 0,02j) \cdot c_{pj} \quad (2.2.9.1)$$

Esta fórmula es válida para 10 elementos de pala. Obviamente, el cálculo será tanto más exacto cuantos más elementos tengamos a disposición.

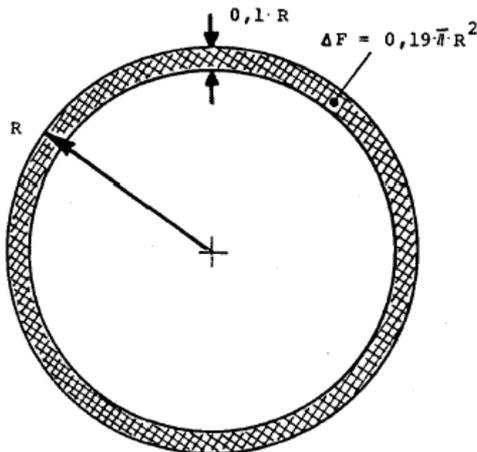


Fig. 2.2.9-1 Superficie barrida por el elemento de pala

En la pala óptimamente diseñada podremos prescindir de esta laboriosa tarea calculando el  $c_{pF}$  correspondiente al llamado *radio eficaz*  $r_w$

$$r_w = 0,72R \rightarrow \frac{r}{R} = 0,72$$

que según [Hütte] se aproximará notablemente al coeficiente de potencia máximo de toda la pala, que ahora podremos expresar del siguiente modo:

$$\begin{aligned} c_{pF \max} &= c_p(\lambda = 0,72\lambda_d) \\ &= c'_{p \max}(\lambda = 0,72\lambda_d) \cdot \eta_F(\lambda = 0,72\lambda_d) \end{aligned} \quad (2.2.9.2)$$

### 2.2.10 Cálculo del coeficiente de potencia máximo del rotor eólico

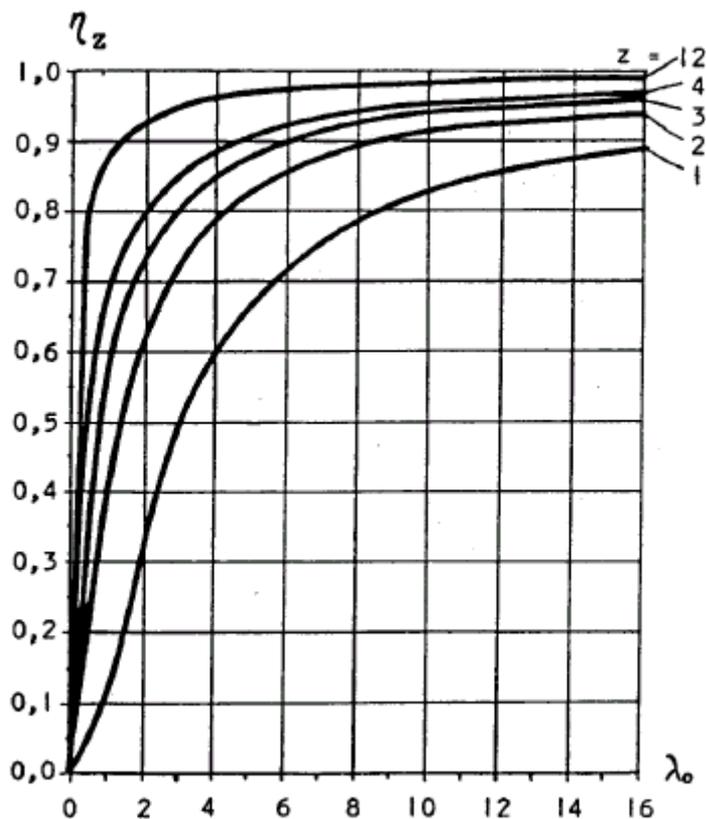
El coeficiente de potencia de un rotor de  $z$  palas es:

$$c_{pw} = c_{pF} \cdot \eta_z \quad (2.2.10.1)$$

El factor  $\eta_z$  tiene en cuenta la reducción de la potencia provocada por el número finito de palas ( $\rightarrow$  teoría de Betz). Según [Prandtl], este rendimiento es:

$$\eta_z = \left[ 1 - \frac{1,39}{z} \sin \left( \frac{2}{3} \arctan \frac{1}{\lambda_0} \right) \right]^2 \quad (2.2.10.2)$$

es decir, depende del número de palas y de la velocidad específica del rotor (Fig. 2.2.10-1).



**Fig. 2.2.10-1**

Factor de rendimiento del rotor en función de su velocidad específica y del número de palas

Para hacer un cálculo aproximado del coeficiente de potencia máximo de un rotor de  $z$  palas óptimamente diseñadas (cima de su respectiva característica  $c_{pw}$ ,  $\lambda_0$ ) se puede utilizar la siguiente **fórmula simplificada**:

$$c_{pw \max} = c'_{p \max}(\lambda = 0,72\lambda_d) \cdot \eta_F(\lambda = 0,72\lambda_d) \cdot \eta_z(\lambda_0 = \lambda_d) \quad (2.2.10.3)$$

$c_{p \max}$  y  $\eta_F$  pueden determinarse para  $\lambda = 0,72 \cdot \lambda_d$  en las figuras 2.2.3-3 y 2.2.8-2, respectivamente, mientras  $\eta_z$  es el valor que hemos determinado con la ayuda de la Fig. 2.2.10-1 para  $\lambda_0 = \lambda_d$ .

De la Fig. 2.2.10-1 se desprende otra importante propiedad de las eólicas: en los rotores lentos, el número de palas tiene una incidencia en el rendimiento del rotor mucho más pronunciada que en las eólicas rápidas.

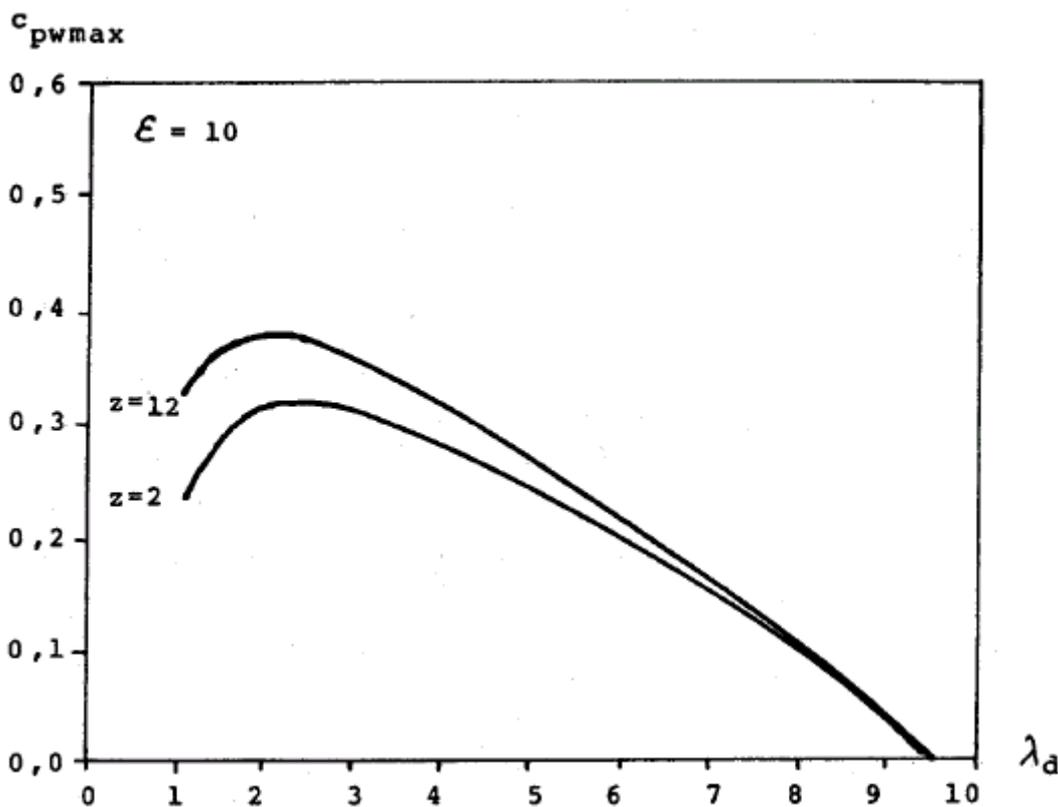
Por ejemplo, en un rotor lento con  $\lambda_d = 1$  y  $z = 3$ , el factor  $\eta_z$  sólo alcanza un valor de 0,4 (40%), mientras que el mismo rotor con 12 palas alcanzaría un valor de aprox. 0,9 (90%).

Las figuras 2.2.8-2 y 2.2.10-1 permiten extraer una **importante regla para la construcción de eólicas**:

**Los rotores lentos ( $\lambda_d$  hasta aprox. 4) deben tener muchas palas, cuyos perfiles sin embargo no precisarán tener elevadas finezas, es decir, se pueden utilizar chapas curvadas. La estructura de las superficies de las palas (lisas o rugosas) tampoco tiene demasiada importancia.**

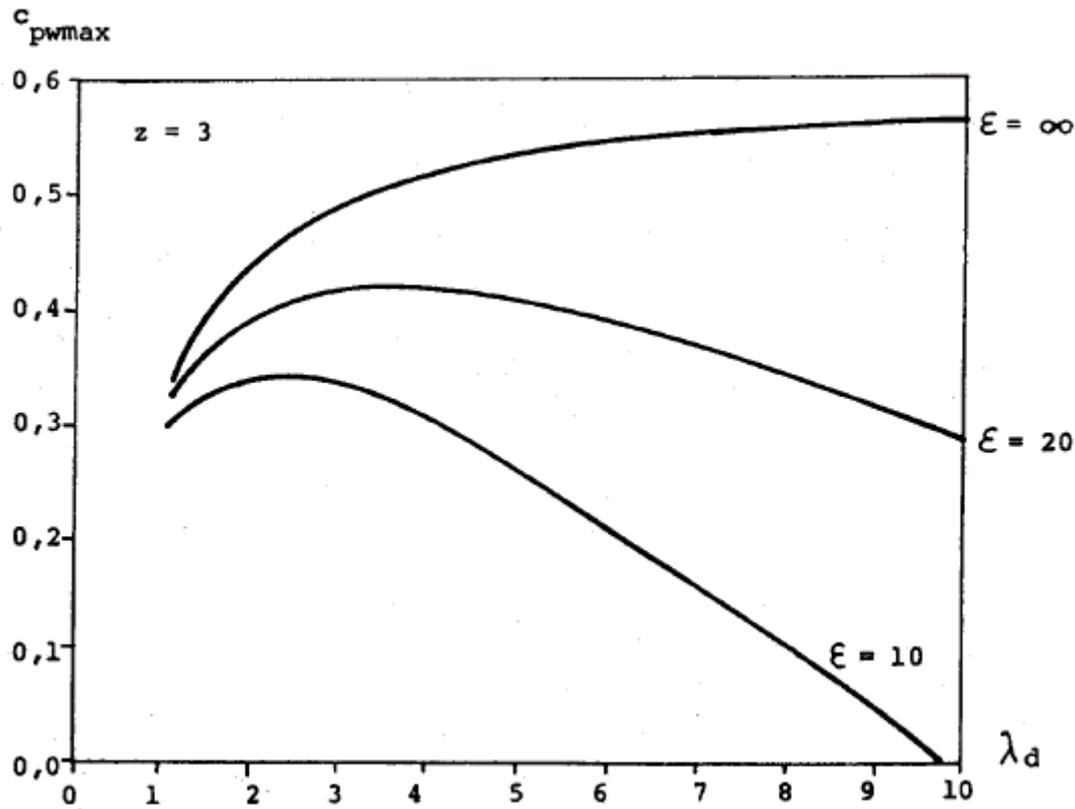
**Los rotores rápidos en cambio ( $\lambda_d$  a partir de 5) pueden tener pocas palas (generalmente 2 o 3), pero sus palas tienen que ser lisas y estar hechas con perfiles de gran fineza (perfiles llenos simétricos o asimétricos).**

Por ejemplo, la Fig. 2.2.10-2 muestra el coeficiente de potencia máximo de un mismo rotor con diferente número de palas (2 y 12) en función de la velocidad específica nominal  $\lambda_d$  si se utilizara un perfil de fineza  $\varepsilon = 10$ , y la Fig. 2.2.10-3 el coeficiente de potencia máximo de un rotor de 3 palas a base de perfiles de diferentes finezas.



**Fig. 2.2.10-2**

Influencia del número de palas sobre el coeficiente de potencia máximo de un rotor con palas de fineza  $\varepsilon = 10$ .



**Fig. 2.2.10-3**

Influencia de la fineza del perfil sobre el coeficiente de potencia máximo de un rotor de 3 palas.

**Ejemplo 2.2.10**

Estímese el coeficiente de potencia máximo de un rotor con la velocidad específica nominal  $\lambda_d = 7$ . El rotor consta de 3 palas de perfil NACA 4412 óptimamente diseñadas. El ángulo de ataque de este perfil es  $\alpha = 6^\circ$  y el alargamiento de las palas  $A = 10$ .

Para  $\alpha = 6^\circ$  y  $A = 10$ , la fineza del perfil es (Fig. 2.1.6-1):

$$\epsilon \approx 25$$

La velocidad específica local en el radio eficaz ( $r/R = 0,72$ ) es:

$$\lambda = 0,72 \cdot 7 = 5$$

Accedamos ahora a las siguientes figuras y ecuaciones:

- Fig. 2.2.3-3  $\rightarrow c'_{pmax} = \text{aprox. } 16/27 = 0,5926$

- Fig. 2.2.8-2 ( $\epsilon = 10$ )  $\rightarrow \eta_F = \text{aprox. } 0,65$

- Fig. 2.2.10-1 ( $z = 3$ )  $\rightarrow \eta_z = \text{aprox. } 0,875$

- ecuación (2.2.10.3)  $\rightarrow c_{pmax} = 0,5926 \cdot 0,65 \cdot 0,875 = 0,337$

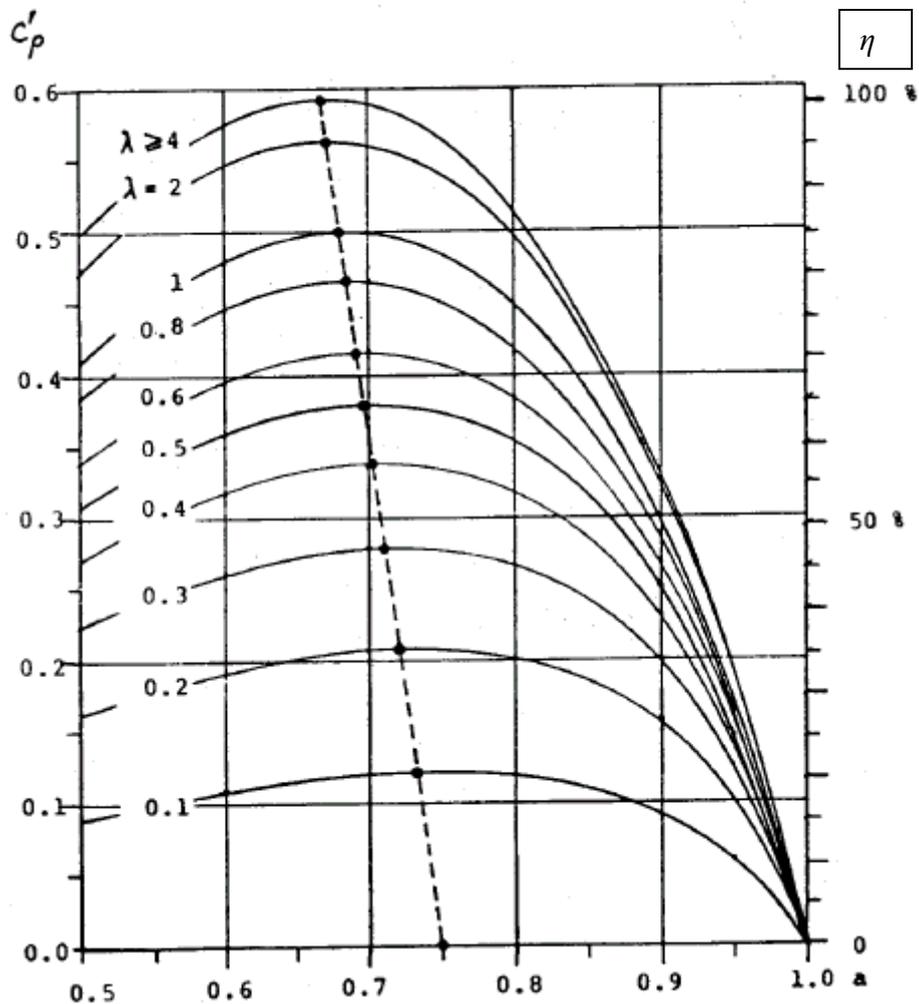
- ecuación (1.4.3)  $\rightarrow \eta_{wmax} = 1,6875 \cdot 0,337 = 0,569$

es decir, aprox. el 57% del límite de Betz.

### 2.2.11 Cálculo de la característica $c_{pw}, \lambda_o$ del rotor eólico

Un rotor con palas fijas sólo desarrolla su potencia máxima a la velocidad específica nominal ( $\lambda_o = \lambda_d$ ) (ver capítulo 1.6). Para cualquier otra velocidad específica, el coeficiente de potencia disminuirá por las siguientes razones:

1. El aire a la altura del rotor no es ralentizado al valor óptimo  $a_{opt}$ , es decir, los factores  $a_{opt}$  y  $b_{opt}$  no adoptan los valores indicados en la Fig. 2.2.3-3. La Fig. 2.2.11-1 muestra el coeficiente de potencia  $c'_p$  de un elemento de pala en función de la ralentización  $a$  y de la velocidad específica local.
2. La acción del aire sobre el elemento de pala (ángulo  $\beta$ ) no es óptima, ya que el ángulo de ataque  $\alpha$  del elemento de pala varía (ecuación (2.2.4.5)) y se aleja de su valor óptimo  $\alpha_{opt}$ , por lo que la fineza  $\varepsilon$  y el rendimiento  $\eta_z$  del perfil disminuyen.



**Fig. 2.2.11-1**

El coeficiente de potencia del elemento de pala en función de la ralentización del aire y de la velocidad específica local

	$r/R = \dots\dots\dots$	$r = \dots\dots\dots [m]$	$\delta = \dots\dots\dots ^\circ$	$t = \dots\dots\dots [m]$	$z = \dots\dots\dots$
$\alpha$					
$c_a \rightarrow \text{Polar}$					
$c_w \rightarrow \text{Polar}$					
$\xi = \frac{c_a}{c_w}$					
$\beta = \delta + \alpha$					
$y = \frac{t \cdot c_a \cdot z}{r}$					
$a = \frac{1}{1 + \frac{y^2}{R^2} \cdot \frac{\cos \beta}{\sin^2 \beta}}$					
$b = \frac{1}{1 - \frac{y^2}{R^2} \cdot \frac{1}{\cos \beta}}$					
$\lambda_0 = \frac{R}{r} \cdot \frac{a}{b \cdot \sin \beta}$					
$c_p' = 4 \lambda_0^2 \left( \frac{r}{R} \right)^2 a (b-1)$					
$\eta_F = \frac{1 - \frac{1}{\xi} \cos \beta}{1 - \frac{1}{\xi} \sin \beta}$					
$\eta_Z = \left[ \frac{4 \lambda_0^2 \sin^2 \beta \cos^2 \beta}{R^2} \right]^2$					
$c_p = c_p' \cdot \eta_F \cdot \eta_Z$					
$c_{p1} = 0.19 \cdot c_p$					

Fig. 2.2.11-2

Procedimiento general para la determinación de la característica  $c_p, \lambda_0$  de un elemento de pala

Los factores  $a$  y  $b$  del elemento de pala que no trabaja de modo óptimo se calculan con las siguientes fórmulas:

$$a = \frac{1}{1 + \frac{g \cdot \cos \beta}{8\pi \cdot \sin^2 \beta}} \quad (2.2.11.1)$$

y

$$b = \frac{1}{1 - \frac{g}{8\pi \cos \beta}} \quad (2.2.11.2)$$

La Fig. 2.2.11-2 muestra paso a paso el procedimiento para determinar la característica  $c_{p,\lambda_0}$  de un elemento de pala a la distancia  $r$  del eje del rotor. Procederemos del siguiente modo:

Para un elemento de pala a la distancia  $r$  se eligen diferentes ángulos de ataque (por ejemplo  $\alpha = -2, 0, 2, 4^\circ$  etc.). Con la ayuda de la polar del perfil determinaremos los respectivos coeficientes de sustentación y resistencia  $c_a$  y  $c_w$  y la fineza  $\varepsilon$ .

El ángulo  $\beta$  es igual a  $\alpha + \delta$ . El ángulo de calado  $\delta$  del elemento a la distancia  $r$  es conocido por la construcción de la pala. Ahora podemos calcular la función de contorno (ecuación (2.2.7.1)) y los factores  $a$  y  $b$  (ecuaciones (2.2.11.1) y (2.2.11-2)).

Según la ecuación (2.2.4.2), la velocidad específica del rotor es:

$$\lambda_0 = \frac{R}{r} \cdot \frac{a}{b \cdot \tan \beta} \quad (2.2.11.3)$$

Con estos valores calcularemos el coeficiente de potencia  $c'_p$  y los factores de rendimiento  $\eta_F$  y  $\eta_z$ .

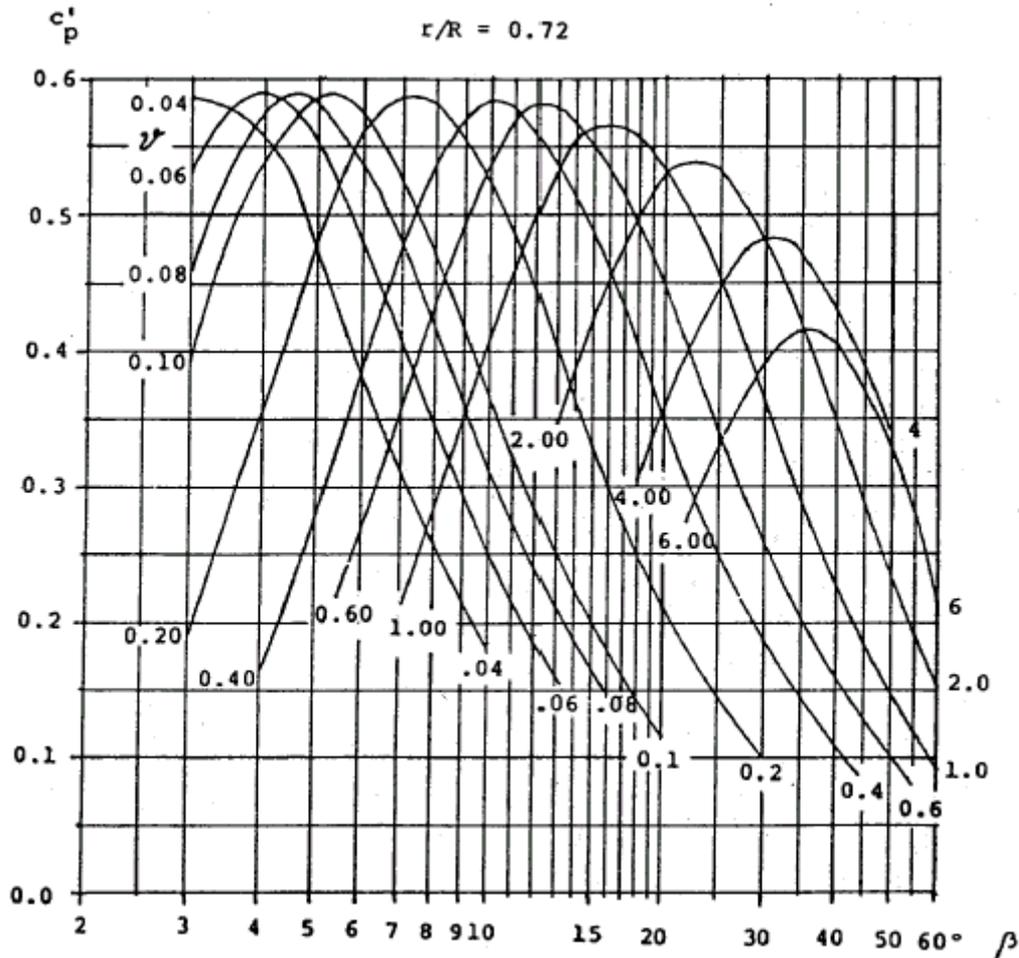
El coeficiente de potencia del elemento de pala es:

$$c_p = c'_p \cdot \eta_F \cdot \eta_z$$

Para cada elemento de pala obtendremos una característica  $c_{p,\lambda_0}$ . La característica  $c_{pw,\lambda_0}$  **del rotor** se obtiene por adición de estas características parciales según la ecuación (2.2.9.1) (si hemos dividido la pala en 10 elementos):

$$c_{pw}(\lambda_0) = \sum_{j=1}^{10} (0,21 - 0,02j) c_{pj}(\lambda_0)$$

siendo  $c_{pj}(\lambda_0)$  la característica de elemento de pala  $j$ .



**Fig. 2.2.11-3**

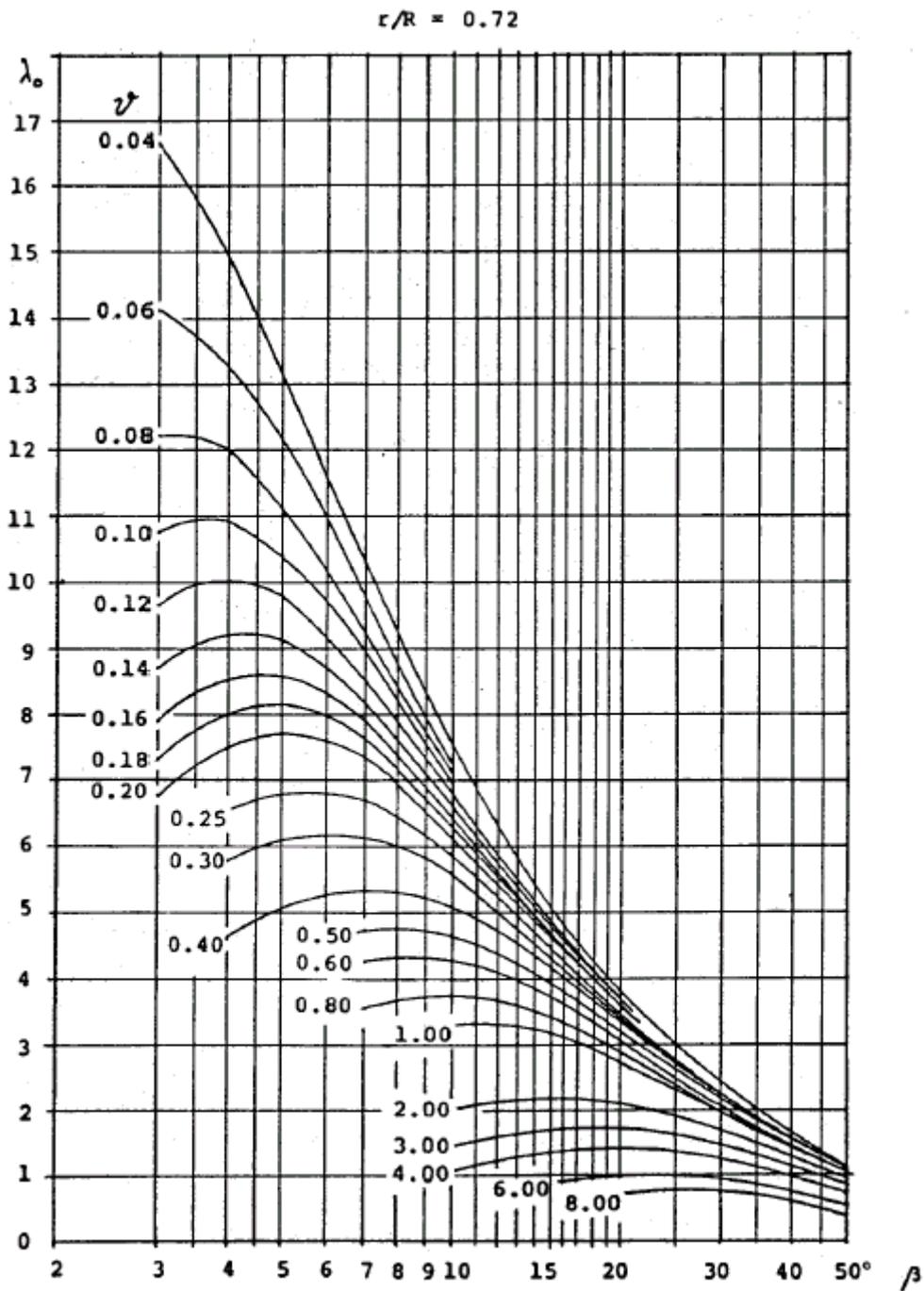
Coeficiente de potencia del elemento de pala en el radio eficaz  $r_w$  ( $r/R = 0,72$ ) en función del ángulo de incidencia  $\beta$  y del contorno del elemento.

Para un rotor con palas óptimamente diseñadas se puede determinar la característica  $c_p, \lambda_o$  del elemento que se encuentra a la distancia  $r = 0,72R$  (radio eficaz) y considerar esta característica como válida para todo el rotor:

Una vez calculados el ángulo  $\beta$  y el contorno  $\mathcal{G}$  válidos para  $r = 0,72R$ , en las figuras 2.2.11-3 y 2.2.11-4 podremos determinar directamente la velocidad específica  $\lambda_o$  y el coeficiente de potencia  $c'_p$ , mientras los factores de rendimiento  $\eta_F$  y  $\eta_z$  se obtendrán mediante las figuras 2.2.8-2 y 2.2.10-1, respectivamente.

**Observación:**

Las polares de muchos perfiles no contienen los coeficientes de sustentación y resistencia para grandes ángulos de ataque  $\alpha$ . Por este motivo, es difícil determinar analíticamente los puntos de la característica  $c_p, \lambda_o$  para  $\lambda < 0,5 \cdot \lambda_d$ . Esto no es demasiado problemático, ya que en la mayoría de los casos el rotor trabajará a velocidades específicas superiores a  $\lambda_d$  (ver capítulo 1.10).



**Fig. 2.2.11-4**

Velocidad específica del elemento de pala en el radio eficaz  $r_w$  ( $r/R=0,72$ ) en función del ángulo de incidencia  $\beta$  y del contorno del elemento.

**Ejemplo 2.2.11**

Supongamos un rotor eólico  $\lambda_d = 5$ ,  $z = 3$ ,  $D = 4$  m con palas óptimamente diseñadas (perfil NACA 4412).

Calcúlese la característica  $c_p, \lambda_o$  del rotor mediante el procedimiento indicado en la tabla de la Fig. 2.2.11-2.

Al tener palas óptimamente diseñadas, podemos asumir que el rotor tendrá la misma característica que el elemento de pala que se encuentra a la distancia  $r/R = 0,72$  (radio eficaz).

Según la ecuación (2.2.4.6), el ángulo de calado de este elemento será:

$$\delta = \beta_{opt} - \alpha_{opt}$$

Calculemos  $\beta_{opt}$  con la ecuación (2.2.4.4):

$$\beta_{opt} = \frac{2}{3} \arctan \left( \frac{1}{5 \cdot 0,72} \right) = 10,35^\circ$$

El ángulo óptimo de ataque del perfil NACA 4412 es  $\alpha = 6^\circ$ , de modo que para el ángulo óptimo de calado  $\delta$  obtendremos:

$$\delta = 10,35 - 6 = 4,35^\circ$$

La anchura del elemento de pala se puede calcular con la ecuación (2.2.5.1) ( $c_{aopt} = 0,96$  para  $\alpha_{opt} = 6^\circ$ ):

$$t_{opt} = \frac{8 \cdot \pi \cdot 1,44}{3 \cdot 0,96} (1 - \cos 10,35) = 0,20 \text{ m}$$

Como simplificación asumiremos que las palas tienen un alargamiento  $A$  infinito, de modo que podremos utilizar directamente la polar de la Fig. 2.1.4-2.

La Fig. 2.2.11-2 muestra la tabla de cálculo rellena y la Fig. 2.2.11-5 la característica obtenida con los valores calculados.

	$\gamma_R = 0,72$	$r = 1,44 \text{ m}$	$\delta = 4,35^\circ$	$t = 0,20 \text{ m}$	$z = 3$
$\alpha$	-2	0	8	16	20
$C_a \rightarrow \text{Polar}$	0,2	0,4	1,13	1,67	1,5
$C_w \rightarrow \text{Polar}$	-	-	-	-	-
$E = \frac{C_a}{C_w}$	30	53	85	42	8
$\beta = \delta + \alpha$	2,35	4,35	12,35	20,35	24,35
$\vartheta = \frac{t \cdot C_a \cdot z}{r}$	0,08	0,17	0,47	0,69	0,63
$a = \frac{1}{1 + \frac{\vartheta \cdot \cos \beta}{18 \cdot \sin \gamma_R}}$	0,3366	0,4651	0,7142	0,8232	0,8824
$b = \frac{1}{1 - \frac{\vartheta}{18 \cos \beta}}$	1,0033	1,0067	1,0196	1,0304	1,0283
$\lambda_0 = \frac{R}{r} \frac{a}{b \cdot \tan \beta}$	11,35	8,43	4,44	2,99	2,63
$C_p' = 4 \lambda_0^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2 a (b-1)$	0,30	0,46	0,57	0,46	0,35
$\eta_F = \frac{1 - \frac{1}{E} \cot \gamma \beta}{1 + \frac{1}{E} \tan \beta}$	0,19	0,75	0,94	0,93	0,69
$\eta_2 = \left[1 - \frac{4 \lambda_0^2}{z} \sin^2 \left(\frac{\beta}{2} + \frac{\gamma}{2} \lambda_0\right)\right]^2$	0,95	0,93	0,87	0,81	0,79
$C_p = C_p' \eta_F \eta_2$	0,05	0,32	0,47	0,35	0,19
$C_{pr} \approx 0,19 \frac{r}{R} C_p$	-	-	-	-	-

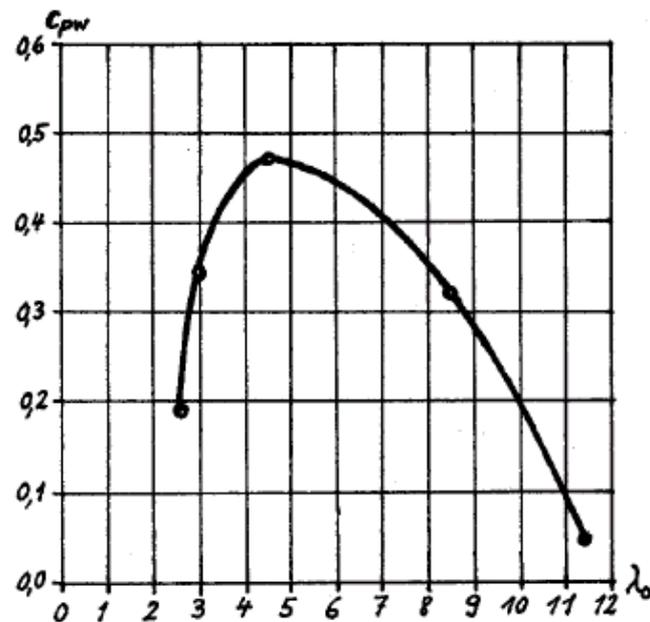


Fig. 2.2.11-5

Característica  $c_p, \lambda_0$  del rotor del ejemplo 2.2.11 calculada mediante el procedimiento indicado en la Fig. 2.2.11-2

### 2.2.12 Rotor eólico con palas simplificadas

Con el fin de simplificar y abaratar la construcción de un rotor, a continuación estudiaremos la posibilidad de utilizar palas más sencillas, por ejemplo palas no torsionadas con forma rectangular o trapezoidal. El ángulo de calado de una pala no torsionada o recta es:

$$\delta(r) = \text{constante} = \delta^*$$

La disminución del rendimiento de la pala simplificada puede ser calculada y compensada agrandando el diámetro del rotor en la medida oportuna. También es posible darle a la pala un torsionado lineal, lo cual facilita notablemente su construcción. Teniendo en cuenta que la mitad exterior de la pala ( $r > 0,5 \cdot R$ ) aporta aprox. el 75% de la potencia del rotor (ver capítulo 1.3), también se puede linealizar el ángulo de calado entre  $0,5 \cdot R$  y  $R$ , dejando el resto de la pala ( $r < 0,5 \cdot R$ ) con un ángulo de calado constante.

La Fig. 2.2.12-1 muestra la linealización del ángulo de calado de una pala de un rotor  $\lambda_d = 5$ ,  $z = 3$ , perfil NACA 4412 ( $\alpha_{opt} = 6^\circ$ ,  $c_{aopt} = 0,8$ ). Podemos ver que entre  $0,5 \cdot R$  y  $R$  la diferencia con respecto al ángulo óptimo de calado es mínima. Esta diferencia será tanto más pequeña cuanto mayor sea la velocidad específica nominal  $\lambda_d$  del rotor.

Para la pala no torsionada o recta de forma rectangular pueden utilizarse los valores de la pala óptimamente diseñada válidos para el radio eficaz ( $r/R = 0,72$ ):

Anchura de la pala rectangular:

$$t^* = T = t_{opt}(\lambda = 0,72\lambda_d) \approx \frac{18R}{z \cdot c_{aopt}} \left[ 1 - \cos \left( \frac{2}{3} \arctan \frac{1}{0,72\lambda_d} \right) \right] \quad (2.2.12.1)$$

Ángulo (fijo) de calado de la pala rectangular:

$$\delta^* = \frac{2}{3} \arctan \frac{1}{0,72\lambda_d} - \alpha_{opt} \quad (2.2.12.2)$$

siendo  $\alpha_{opt}$  el ángulo óptimo de ataque y  $c_{aopt}$  el correspondiente coeficiente de sustentación del perfil elegido.

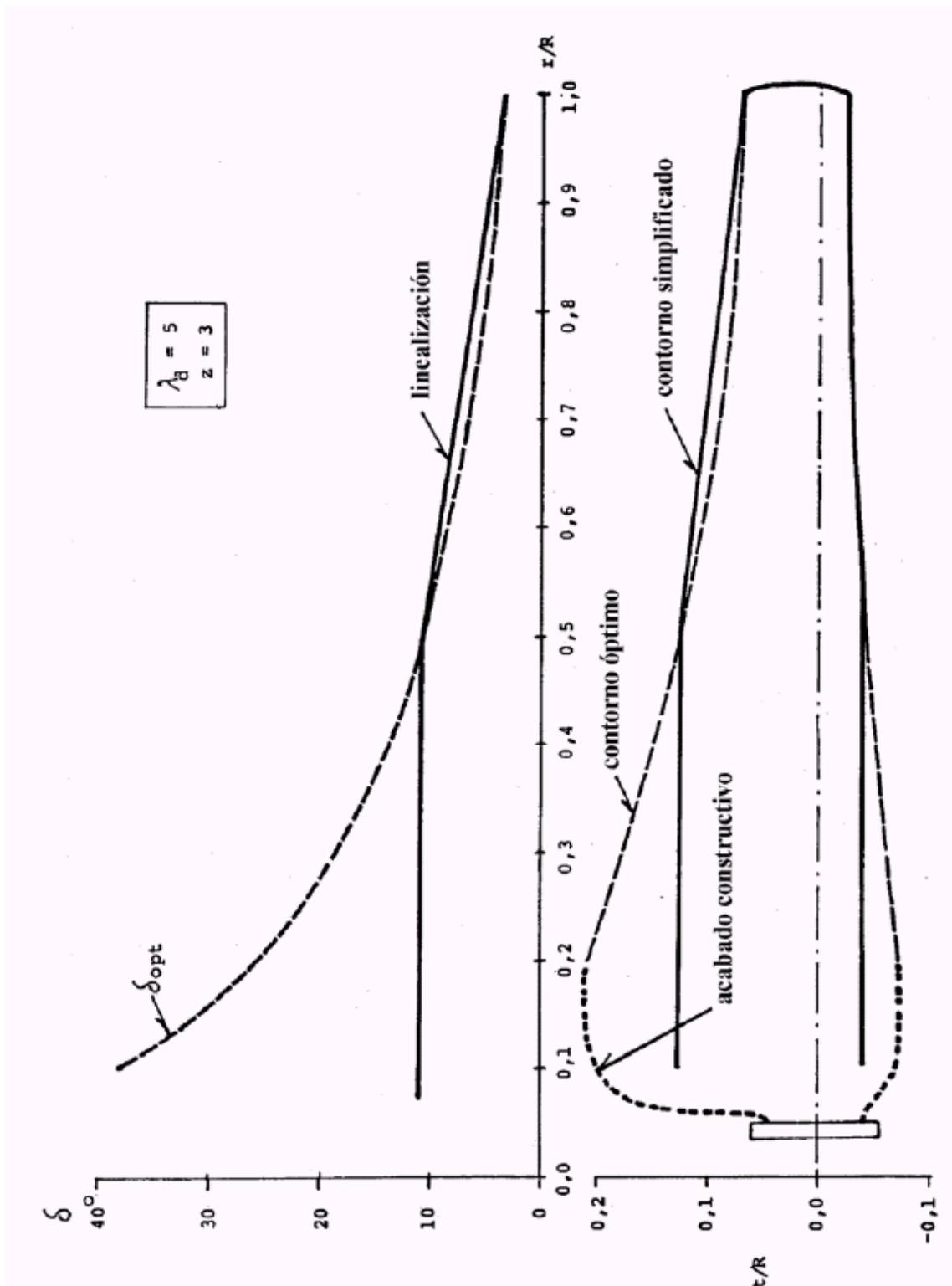
Con la ayuda del diagrama de la Fig. 2.2.12-2 podemos determinar la anchura y el ángulo de calado de la pala rectangular del siguiente modo:

$$t^* = \mathcal{G}^* \frac{R}{z \cdot c_{aopt}}$$

y

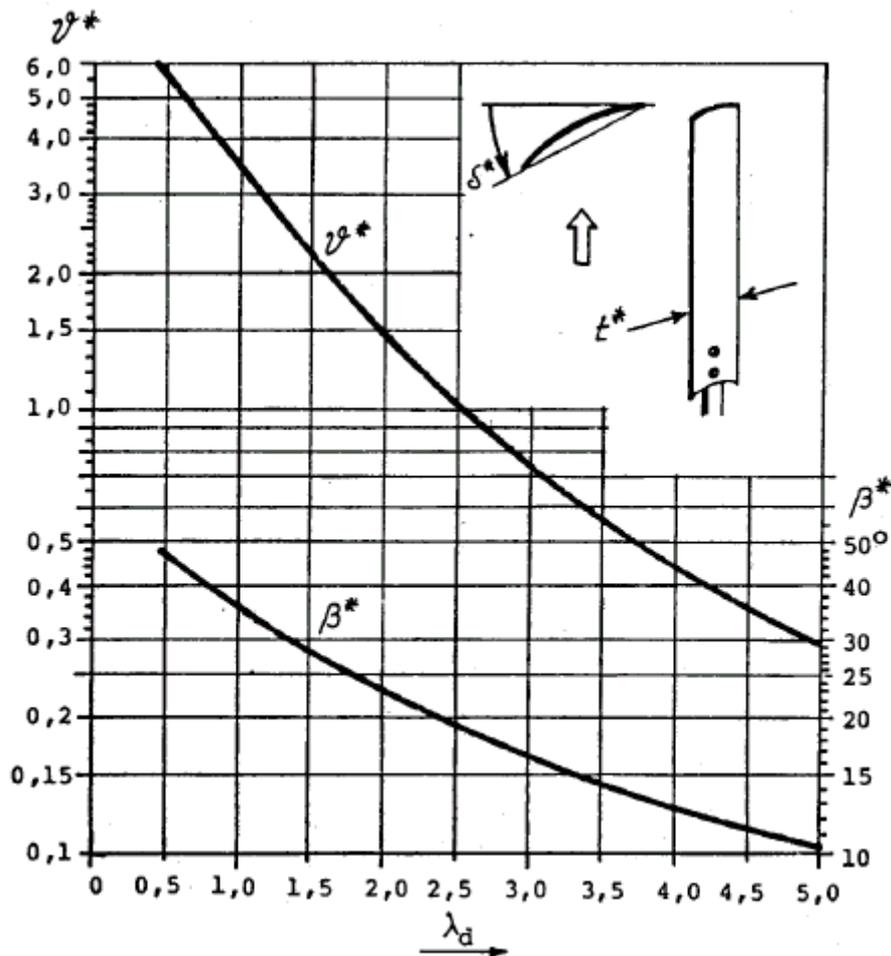
$$\delta^* = \beta^* - \alpha_{opt}$$

Los valores  $\mathcal{G}^*$  y  $\beta^*$  pueden determinarse directamente en la Fig. 2.2.12-2.



**Fig. 2.2.12-1**

Ejemplo de linealización del ángulo de calado y simplificación de la forma de una pala para un rotor de 3 palas ( $\lambda_d = 5$ ).



**Fig. 2.212-2**

Valores  $\gamma^*$  y  $\beta^*$  para determinar la anchura  $t^*$  y el ángulo de calado  $\delta^*$  de una pala rectangular recta (no torsionada)

**Ejemplo 2.2.12**

Calcúlese la anchura  $t^*$  y el ángulo de calado  $\delta^*$  de una pala rectangular recta (no torsionada) de un rotor de 6 palas de velocidad específica nominal  $\lambda_d = 4$  y un diámetro de 3 metros. Como perfil utilizaremos chapa curvada de aluminio (curvatura 5% de la anchura).

La polar de una chapa curvada está representada en la Fig. 2.1.8-3. El ángulo óptimo de ataque es  $\alpha_{opt} = 3^\circ$  y el correspondiente coeficiente de sustentación  $c_{aopt} = 0,7$ .

Para  $\lambda_d = 4$ , la Fig. 2.2.12-2 nos suministrará los siguiente valores:

$$\gamma^* = 0,44 \text{ y } \beta^* = 13^\circ$$

Por lo tanto, la anchura de las palas será:

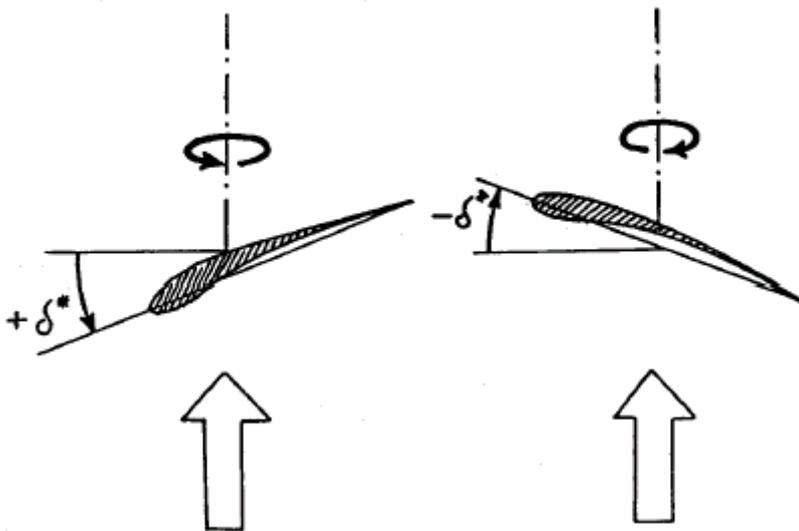
$$t^* = 0,44 \frac{1,5}{6 \cdot 0,7} = 0,157 \text{ m} = 15,7 \text{ cm}$$

y el ángulo de calado de las mismas

$$\delta^* = 13^\circ - 3^\circ = 10^\circ$$

### 2.2.13 Límites de las palas no torsionadas

La utilización de palas no torsionadas tiene ciertos límites. Ocurre que el ángulo fijo de calado  $\delta^*$  no puede ser negativo, de lo contrario el rotor arrancaría en sentido opuesto, lo cual, obviamente, sería absurdo (Fig. 2.2.13-1).



**Fig. 2.2.13-1**

Influencia del ángulo de calado fijo sobre el sentido de arranque del rotor eólico

La condición  $\delta^* > 0$  suministra un límite superior para la velocidad específica nominal del rotor. Este límite depende del perfil elegido ( $\alpha_{opt}$ ):

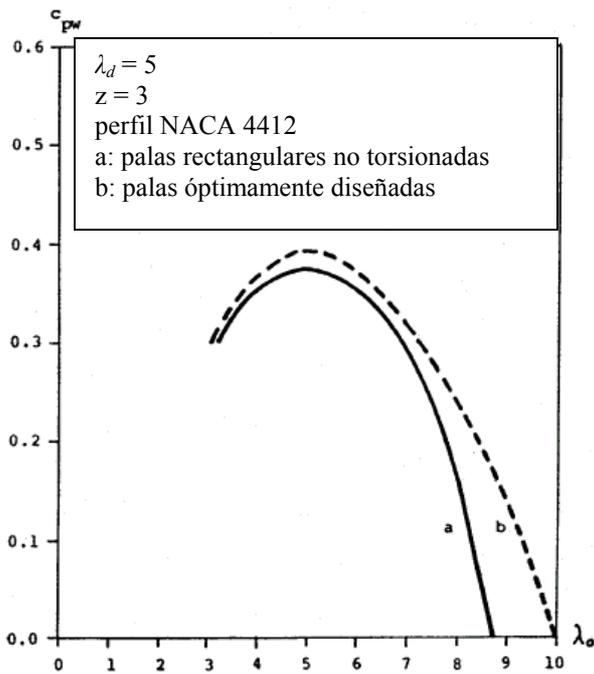
$\alpha_{opt}$	=	3°		5°		7°		9°
$\lambda_{d\ max}$	=	15		10		7		5

Esto significa, que si para un rotor rápido estudiáramos la posibilidad de utilizar palas no torsionadas, éstas deberán tener un perfil lleno con un bajo ángulo óptimo de ataque, por ejemplo el perfil NACA 4412 que venimos utilizando en esta sección.

### 2.2.14 La característica $c_{pw}$ , $\lambda_o$ de un rotor con palas simplificadas

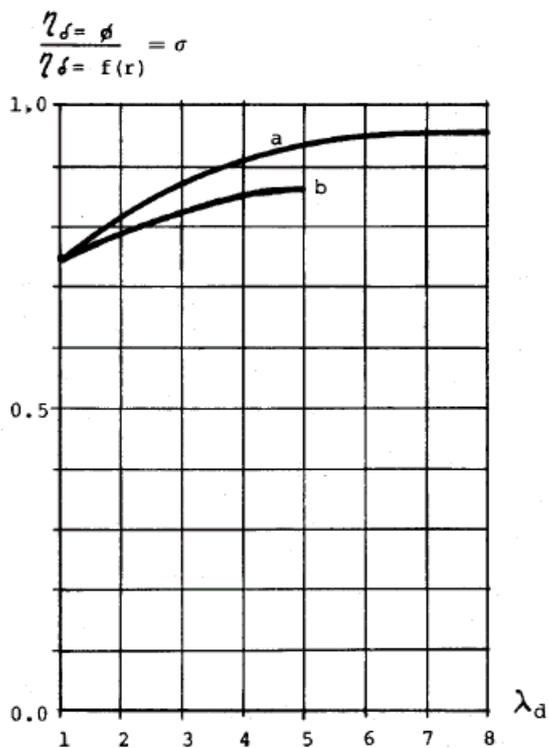
Debido a la utilización de palas no ideales, la característica  $c_{pw}$ ,  $\lambda_o$  del rotor será más “baja” y “estrecha” que la del mismo rotor con palas óptimas.

La Fig. 2.2.14-1 muestra la posible reducción del máximo coeficiente de potencia de un rotor con palas no torsionadas.



**Fig. 2.2.14-1**

Comparación de las características  $c_p, \lambda_o$  de un rotor con palas ideales (b) y con palas no torsionadas (a) (fuente: autor).



**Fig. 2.2.14-2**

Reducción del rendimiento total de un rotor con palas no torsionadas ( $\lambda_o = \lambda_d$ ).  
 a: perfiles llenos; b: perfiles de chapa curvada (fuente: autor).

Por ejemplo, en un rotor lento ( $\lambda_d = 1$ ), la reducción de la potencia sería del orden de un 25%. Como ya hemos mencionado anteriormente, esta pérdida podría ser compensada aumentando aproximadamente un 15% el diámetro del rotor.

Expresado de forma general, el aumento del diámetro necesario para compensar la utilización de palas no torsionados sería

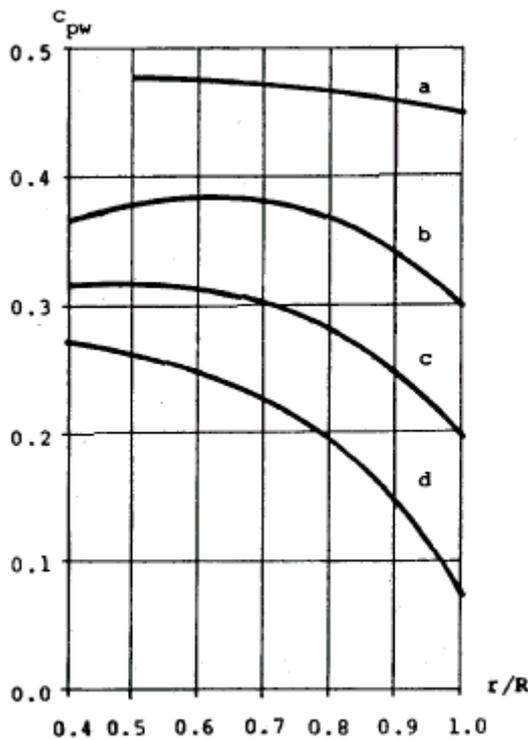
$$D^* = \frac{D}{\sqrt{\sigma}}$$

El factor  $\sigma$  puede ser determinado directamente en la Fig. 2.2.14-2.

### Conclusión:

**Para las palas de los rotores hasta máx.  $\lambda_d = 5$  se pueden utilizar chapas curvadas. Para rotores más rápidos deberían utilizarse perfiles llenos.**

La Fig. 2.2.14-3 compara los coeficientes de potencia a lo largo de la mitad exterior ( $r > 0,5 \cdot R$ ) de la pala de un rotor  $\lambda_d = 4$ ,  $z = 3$  construida con un perfil lleno (curva a) y con chapas de tres diferentes curvaturas. Podemos ver que la utilización de chapa con un 5% de curvatura es relativamente aceptable.



**Fig. 2.2.14-3**

Coeficiente de potencia de la mitad exterior de las palas rectangulares no torsionadas de un rotor  $\lambda_d = 4$ ,  $z = 3$  (válido para  $\lambda_o = \lambda_d$ ).

a: perfil NACA 4412, anchura de pala  $0,15 \cdot R$ , ángulo fijo de calado  $7^\circ$

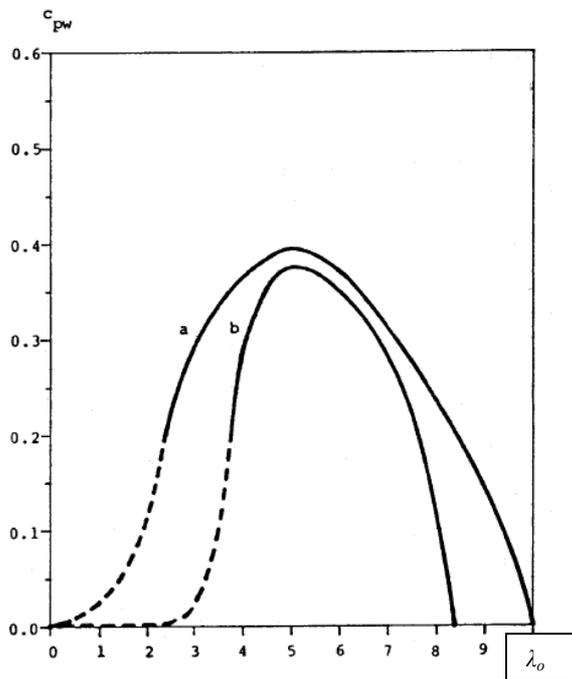
b: perfil de chapa curvada 5%, anchura de pala  $0,2 \cdot R$

c: perfil de chapa curvada 10%

d: perfil de chapa curvada 15%

(fuente: autor)

La Fig. 2.2.14-4 muestra las dos características  $c_{pw, \lambda_o}$  calculadas para un rotor con palas óptimamente diseñadas, pero de diferente perfil.



**Fig. 2.2.14-4**

Características  $c_{pw, \lambda_o}$  de un rotor con palas ideales de diferente perfil.

a: perfil NACA 4412

b: chapa curvada (5%)

(fuente: autor)

La característica  $c_{pw, \lambda_o}$  del rotor con palas simplificadas por regla general será más “baja” y “estrecha” que la de un rotor con palas óptimamente diseñadas.

La Fig. 2.2.14-5 puede ser utilizada para hacer un primer diseño basto del rotor. Una vez elegida la velocidad nominal del viento del rotor ( $v_r$ ), la máxima potencia previsible para cada velocidad del viento ( $v/v_r$ ) podrá ser calculada mediante la fórmula:

$$P_r = 0,49 \cdot c_{pw \max} \cdot D^2 \cdot v_r^3$$

y la velocidad óptima de giro del rotor con

$$n_r = \frac{60 \cdot \lambda_d \cdot v_r}{\pi \cdot D}$$

Mediante este procedimiento<sup>5</sup> se podrá estimar también la multiplicación óptima entre el rotor y la máquina de trabajo (ver capítulo 1.11).

<sup>5</sup> [Betz] recomienda tener en cuenta una serie de pérdidas aerodinámicas que tienen lugar en las palas sustituyendo el diámetro real del rotor por un diámetro eficaz  $D'$  algo más pequeño, pero que aprovecharía íntegramente el rotor desde el eje hasta la punta de las palas:  $D' = D - 0,44 d_p \cos \beta$ , donde  $d_p$  es la distancia entre las palas ( $= D\pi/z$ ). Para  $\beta (= \delta - \alpha)$  podemos introducir su valor óptimo a la distancia  $r = 0,72R$  (radio eficaz).

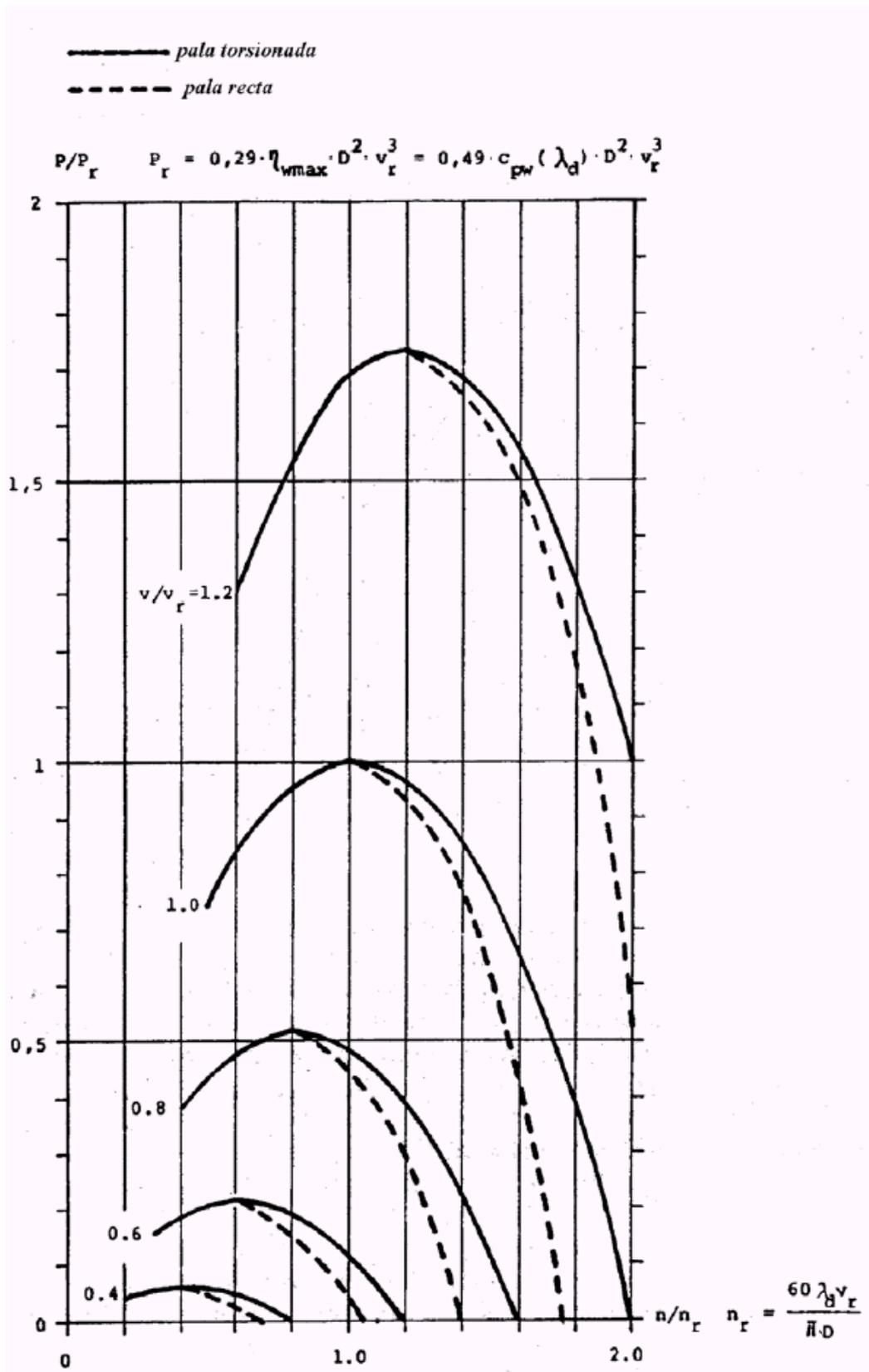


Fig. 2.2.14-5

Procedimiento para calcular de modo aproximado el conjunto de características  $P, n, v$  de un rotor eólico

### 2.2.15 Estimación del número de Reynolds de las palas del rotor

Como hemos visto más arriba, la polar de un perfil depende del número de Reynolds (capítulo 2.1.7). Por este motivo, es importante poder calcular de antemano el número de Reynolds que tendrán nuestras palas, ya que para el cálculo del factor de rendimiento  $\eta_F$  de las mismas necesitamos conocer la fineza exacta, que según la ecuación (2.2.8.2) también depende del número de Reynolds.

Con la Fig. 2.2.15-1 se puede estimar el número de Reynolds del elemento de pala que se encuentra en el radio eficaz  $r_w = 0,72R$  de un rotor de  $z$  palas y diámetro  $D$ [m] que gira a la velocidad específica nominal  $\lambda_d$ , siendo  $c_{ad}$  es el coeficiente de sustentación nominal de dicho elemento de pala.

El número de Reynolds válido para otras velocidades específicas  $\lambda_o$  y radios  $r$  puede ser estimado con la ecuación (2.1.7.1), si en lugar de la velocidad del viento  $v$  introducimos la velocidad de ataque de las palas  $c$  (ecuación (2.2.3.5)):

$$Re = \frac{c \cdot t}{\nu} = \frac{v \cdot t \cdot \sqrt{a^2 + b^2 \cdot \lambda^2}}{\nu} \quad (2.2.15.1)$$

Los factores  $a$  y  $b$  se calcularán según el método indicado en el capítulo 2.2.11.

#### Ejemplo 2.2.15

La polar de una chapa curvada un 5% (Fig. 2.1.8-3) es válida para un número de Reynolds  $Re = 4 \cdot 10^5$ . Contrólese si las puntas de las palas de un rotor  $\lambda_d = 4$ ,  $D = 2$  m,  $z = 3$ , construidas de chapa, alcanzan este número de Reynolds bajo una velocidad del viento de  $v = 10$  m/s.

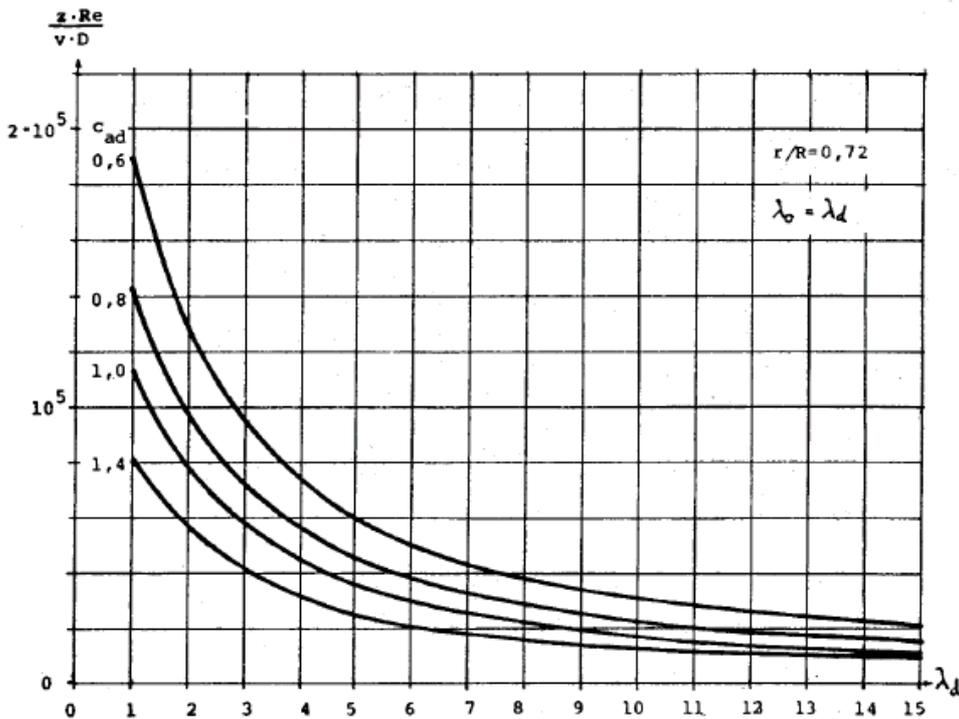
El coeficiente de sustentación nominal de este perfil de chapa curvada es  $c_{ad} = 0,7$ . En la Fig. 2.2.15-1, para  $c_{ad} = 0,7$  y  $\lambda_d = 4$  hallaremos el siguiente valor aproximado (interpolando entre las curvas  $c_{ad} = 0,6$  y  $c_{ad} = 0,8$ ):

$$\frac{z \cdot Re}{v \cdot D} = 0,65 \cdot 10^5$$

con el que podremos estimar el correspondiente número de Reynolds:

$$Re = \frac{0,65 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10}{3} = 4,33 \cdot 10^5 > 4 \cdot 10^5$$

Como el número de Reynolds sobrepasa ligeramente el requerido, podremos utilizar directamente la polar de la Fig. 2.1.8-3. Si el resultado hubiese sido considerablemente inferior a  $Re = 4 \cdot 10^5$ , tendríamos que hacer los cálculos del rendimiento de la pala con un valor de la fineza inferior.



**Fig. 2.2.15-1**

Estimación del número de Reynolds de las palas a la altura del radio eficaz ( $r = 0,72R$ ) de en rotor girando a la velocidad específica nominal

### 2.2.16 Fuerza axial del rotor

La fuerza aerodinámica que actúa sobre el elemento de pala en la dirección del viento es:

$$\Delta S = \Delta A \cdot \cos \beta + \Delta W \cdot \sin \beta \quad [\text{N}] \quad (2.2.16.1)$$

Esta fuerza ejerce una presión sobre las palas del rotor en dirección del viento (Fig. 2.2.3-1).

Calculando las fuerzas de sustentación y resistencia con las ecuaciones (2.1.3.1) y (2.1.3.2)

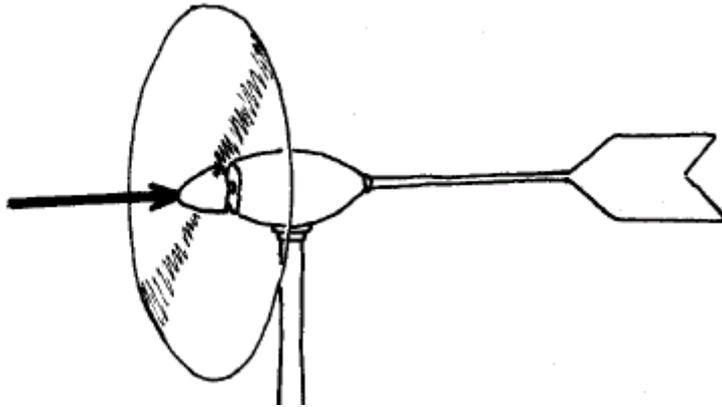
$$\Delta A = \frac{\rho}{2} \cdot c_a \cdot \Delta f \cdot c^2$$

y

$$\Delta W = \frac{\rho}{2} \cdot c_w \cdot \Delta f \cdot c^2$$

( $\Delta f$  es la superficie del elemento de pala [ $\text{m}^2$ ]),

con la ecuación (2.2.16.1) podremos determinar la fuerza axial que actúa sobre cada elemento de pala.



**Fig. 2.2.16-1** La fuerza axial que actúa sobre el rotor en movimiento

La fuerza que actúa sobre toda la pala es:

$$S_F = \sum_i \Delta S_i \quad (2.2.16.2)$$

siendo  $\Delta S_i$  la fuerza sobre el elemento de pala  $i$ .

La fuerza que actúa sobre un rotor en movimiento con  $z$  palas es (Fig. 2.2.16-1):

$$S_w = z \cdot S_F \quad (2.2.16.3)$$

Del mismo modo que hemos hecho con las fuerzas de sustentación y resistencia, introduciremos un *coeficiente de fuerza axial*  $c_s$ , de tal modo que:

$$S_w = c_s \cdot \frac{\rho}{2} \cdot F \cdot v^2 \quad [\text{N}] \quad (2.2.16.4)$$

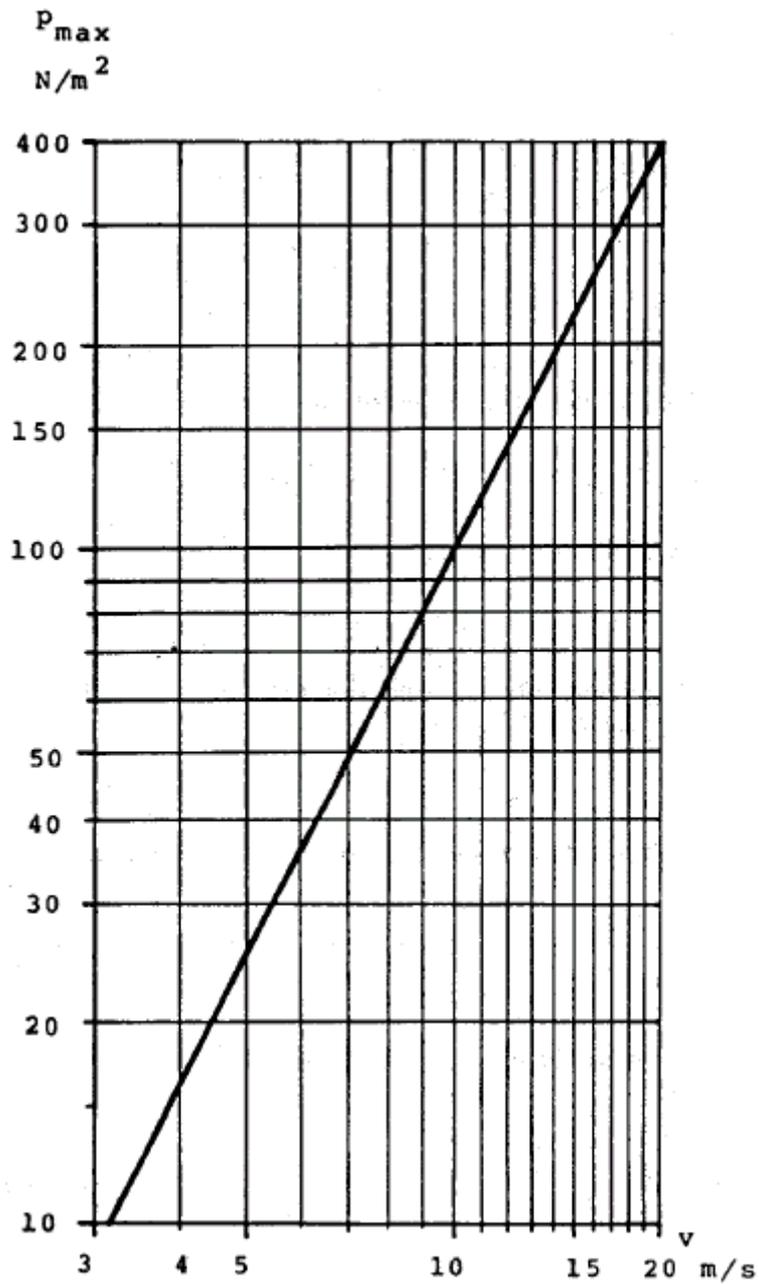
A menudo también se trabaja con la presión del viento  $p_w$  sobre el rotor, es decir, la fuerza axial por unidad de superficie del rotor:

$$p_w = \frac{S_w}{F} = c_s \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 \quad [\text{N/m}^2] \quad (2.2.16.5)$$

Para un rotor funcionando bajo condiciones normales, podemos contar con  $c_s = 1$ .

La máxima fuerza axial se ejerce sobre un rotor girando sin carga. Teóricamente, la fuerza axial es mayor en los rotores lentos que en los rápidos. Mediciones han demostrado que por razones de seguridad debería contarse con un coeficiente  $c_{smax} = 1.6$ , independientemente de la velocidad específica nominal del rotor ( $\lambda_d$ ).

La Fig. 2.2.16-2 representa la máxima presión  $p_{wmax}$  del viento sobre un rotor en movimiento.



**Fig. 2.2.16-2**  
Máxima presión del viento sobre un rotor en movimiento

El conocimiento de la fuerza axial que actúa sobre el rotor en movimiento es importante por las siguientes razones:

## 1. Cálculo de la carga mecánica de las palas

Para las palas, la fuerza centrífuga  $K_z$  representa un esfuerzo de tracción, mientras la fuerza axial  $S_F$  es una carga de flexión, es decir, la presión del viento intenta “doblar” las palas hacia atrás (Fig. 2.2.16-3).

El momento de flexión a la distancia  $r$  del eje del rotor puede calcularse con la siguiente fórmula [Cornu]:

$$M_b = p_{w \max} \cdot \frac{\pi \cdot R^3}{3 \cdot z} \left[ \left( \frac{r}{R} \right)^3 - 3 \left( \frac{r}{R} \right) + 2 \right] \quad (2.2.16.6)$$

Lógicamente, este par tiene su máximo en el punto de fijación de las palas al buje:

$$M_{b \max} = p_{w \max} \frac{2 \cdot \pi \cdot R^3}{3 \cdot z} \quad [\text{Nm}] \quad (2.2.16.7)$$

La Fig. 2.2.16-4 representa la relación  $M_b/M_{b \max}$  en función de la relación  $r/R$ .

## 2. Estimación de los esfuerzos de la torre de la eólica

La fuerza axial sobre el rotor en movimiento genera un momento de flexión con respecto a la torre o mástil. Este momento de flexión es máximo al pie de la torre (fundamento). Su valor para una torre de altura  $h$  [m] es (Fig. 2.2.16-5):

$$M_T = S_w \cdot h \quad [\text{Nm}] \quad (2.2.16.8)$$

A este par habrá que sumarle el momento de flexión causado por la resistencia que la torre ofrece al viento (fuerza aerodinámica  $W_T$ ), de modo que el momento de flexión total de ésta será:

$$M_{T \max} = (W_T + S_w) \cdot h \quad [\text{Nm}] \quad (2.2.16.9)$$

## 3. Carga axial de los cojinetes

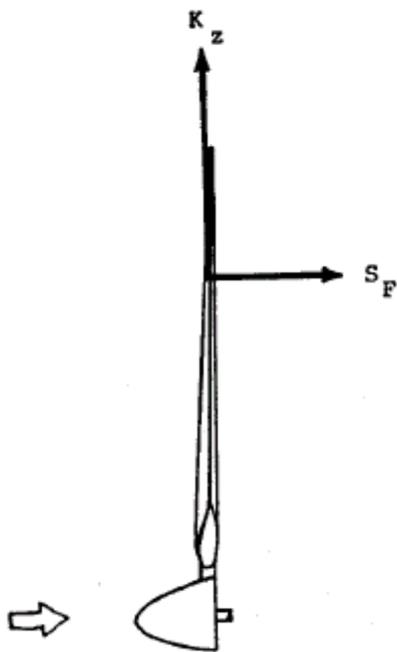
Los cojinetes del eje del rotor están sometidos a la fuerza axial  $S_w$ .

## 4. Sistemas de orientación del rotor

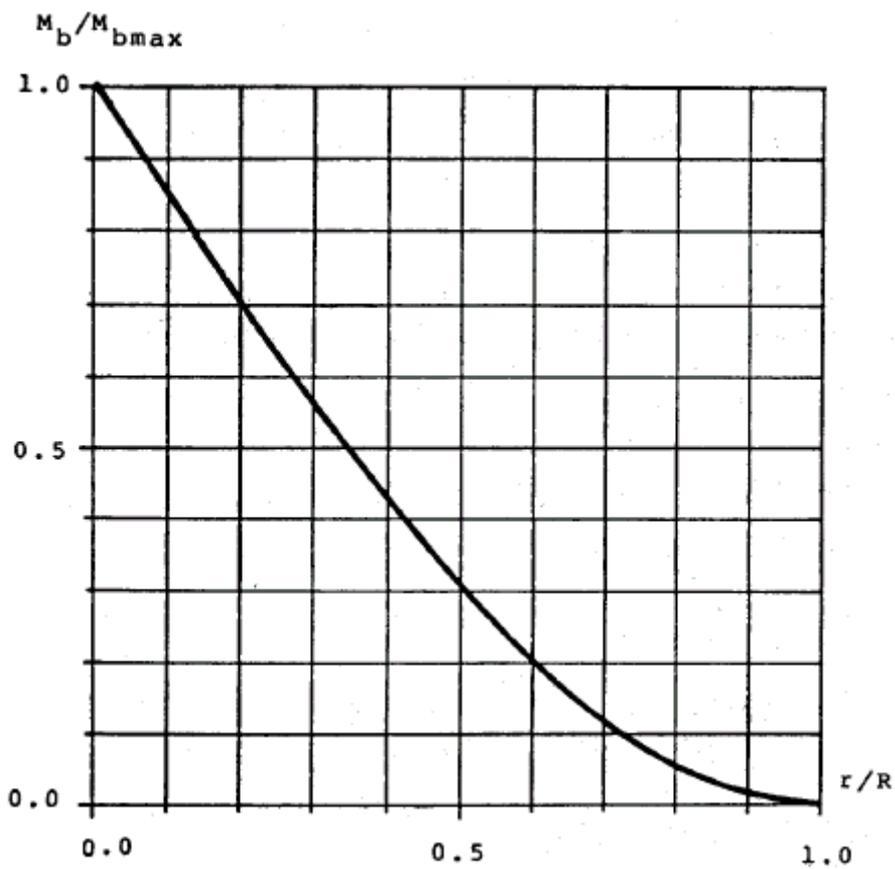
Para el diseño del dispositivo de orientación del rotor es importante conocer la fuerza axial  $S_w$  (ver capítulo 2.3).

## 5. Sistemas de protección contra los vientos huracanados

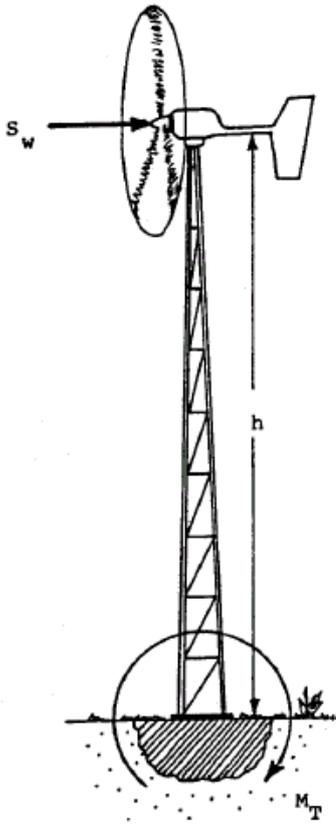
Existen dispositivos de protección contra vientos excesivos que utilizan  $S_w$  como fuerza motriz.



**Fig. 2.2.16-3**  
Fuerzas axial y centrífuga en una pala en movimiento



**Fig. 2.2.16-4** Momento de flexión a lo largo de las palas en movimiento



**Fig. 2.2.16-5** Flexión de la torre

En los sistemas de protección contra los vientos excesivos, en los que el rotor es parado pero no sacado del viento, la fuerza axial que actúa sobre las  $z$  palas es:

$$S = \frac{1}{2} \cdot c_{smax} \cdot \rho \cdot z \cdot f \cdot v_{torm}^2 \quad [\text{N}] \quad (2.2.16.10)$$

donde  $f$  es la superficie de una pala [ $\text{m}^2$ ] y  $v_{torm}$  la velocidad del viento huracanado [ $\text{m/s}$ ]. Por razones de seguridad, para  $c_{smax}$  se adoptará el valor 1,6.

### Ejemplo 2.2.16

Un rotor de diámetro  $D = 3 \text{ m}$  está montado sobre una torre de 6 metros de altura. Estímese la fuerza axial que actúa sobre el rotor bajo un viento de 10 m/s y el momento de flexión al pie de la torre, sin tener en cuenta la resistencia aerodinámica de ésta.

La superficie  $F$  barrida por el rotor es de aprox.  $7 \text{ m}^2$

Fig. 2.2.16-2  $\rightarrow p_{max} = 100 \text{ N/ m}^2$

La fuerza axial es

$$S_w = p_{max} \cdot F = 700 \text{ N}$$

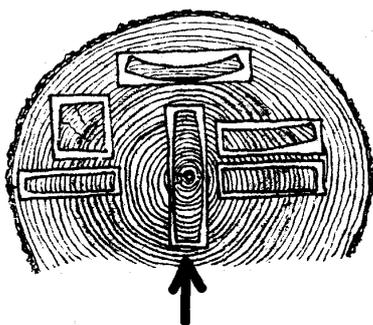
y el momento de flexión al pie de la torre

$$M_T = S_w \cdot h = 700 \cdot 6 = 4200 \text{ Nm}$$

### 2.2.17 Construcción de las palas

Las palas con perfiles llenos se pueden construir de innumerables maneras y materiales. La madera es un excelente material para el constructor aficionado. Recordemos que las hélices de los aviones biplanos de principios del siglo pasado generalmente eran de madera.

Sin embargo, sólo deberá utilizarse **madera recta de abeto (melis) de gran calidad, procedente del corazón del tronco** (Fig. 2.2.17-1).



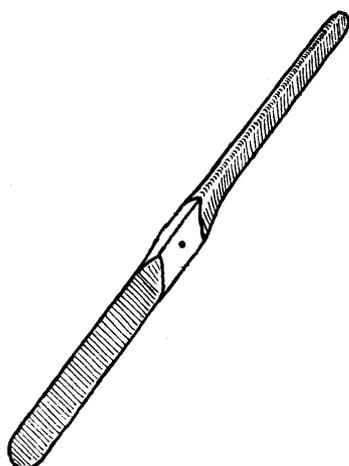
**Fig. 2.2.17-1**

La madera para la construcción de las palas debe proceder del corazón del tronco

La forma y el perfil se pueden elegir de tal modo, que la construcción no se complique demasiado, es decir, intentaremos construir palas no torsionadas con un perfil, cuya parte inferior (intradós) sea plana (algunos perfiles de la serie GÖTTINGEN). Para mecanizar el perfil (extradós) utilizaremos unas plantillas sólidas, que nos permitirán controlar continuamente su forma a lo largo de la pala.

Si se quiere construir una eólica rápida, es conveniente elegir un rotor de dos palas, ya que éstas se pueden construir de una sola pieza a partir de un tablón de madera (Fig. 2.2.17-2).

En las palas de madera es muy importante proteger el canto de ataque contra la acción de la lluvia, nieve, arena etc. Esta protección se puede realizar con una lámina fina de cobre, que se fijará a la pala con clavos o tornillos apropiados. Para más información detallada sobre la construcción de palas de madera se recomienda el libro de [Hofmann].



**Fig. 2.2.17-2**

Rotor de madera de una sola pieza

### 2.2.18 Vibraciones

Las vibraciones mecánicas que se crean en el rotor en movimiento son un problema que deberá ser tenido en cuenta. Son difíciles de evitar, incluso cuando el rotor se ha construido con el debido cuidado.

Las causas de estas vibraciones son diversas:

- desequilibrios estáticos y dinámicos del rotor, procedentes de la construcción del mismo
- vibraciones de las diferentes palas, causadas por diferencias de la presión del viento
- desequilibrios esporádicos, como la acumulación de hielo en las palas macizas o de agua condensada en las palas huecas.

En todo caso se recomienda equilibrar el rotor, tanto estática como dinámicamente, antes de su puesta en servicio.

### 2.3 Orientación del rotor

El rotor con eje horizontal deberá orientarse en dirección del viento. Como ésta varía continuamente, la eólica necesitará un dispositivo de orientación.

Existen diferentes posibilidades de orientar el rotor.

#### 2.3.1 Rotor a sotavento

Las máquinas con rotor a sotavento tienen el rotor situado “detrás” de la torre.

Tienen la ventaja de que se orientan automáticamente, y la desventaja de que las palas pasan por detrás de la torre, que durante un momento les “hace sombra”.

La fuerza axial que actúa sobre el rotor genera un par de giro  $M_s$  en el cojinete de la torre hasta que el rotor vuelve a estar perpendicular a la dirección del viento (Fig. 2.3.1-1):

$$M_s = S_w \cdot l_R \cdot \sin \omega \quad [\text{Nm}] \quad (2.3.1.1)$$

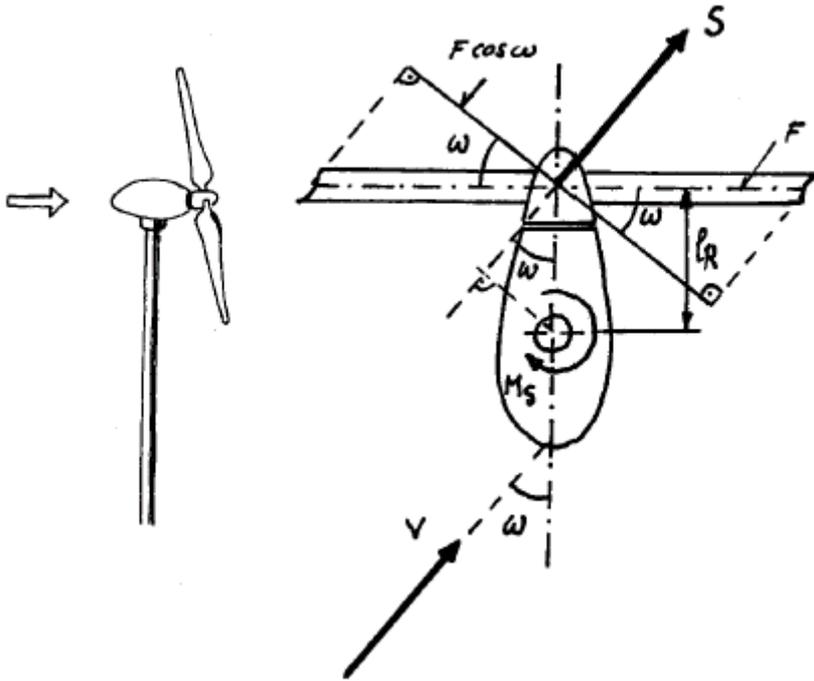
siendo  $l_R$  la distancia entre el plano del rotor (centro de ataque de la fuerza axial) y el eje del cojinete de la torre, y  $\omega$  el ángulo entre la dirección del viento y el eje del rotor. Para el cálculo de la fuerza axial sobre un rotor que momentáneamente no está perpendicular a la dirección del viento tendremos que utilizar la proyección de la superficie perpendicular al vector del viento:

$$S_w = c_s \cdot \frac{\rho}{2} \cdot (F \cdot \cos \omega) \cdot v^2 \quad [\text{N}] \quad (2.3.1.2)$$

de modo que el par de giro será:

$$M_s = c_s \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \sin \omega \cos \omega \cdot l_R \cdot F \cdot v^2 \quad [\text{Nm}] \quad (2.3.1.3)$$

Para que el rotor pueda volver a su posición normal, lógicamente este par de giro deberá ser mayor que el par de fricción del cojinete de la torre.



**Fig. 2.3.1-1**  
Orientación automática de un rotor a sotavento

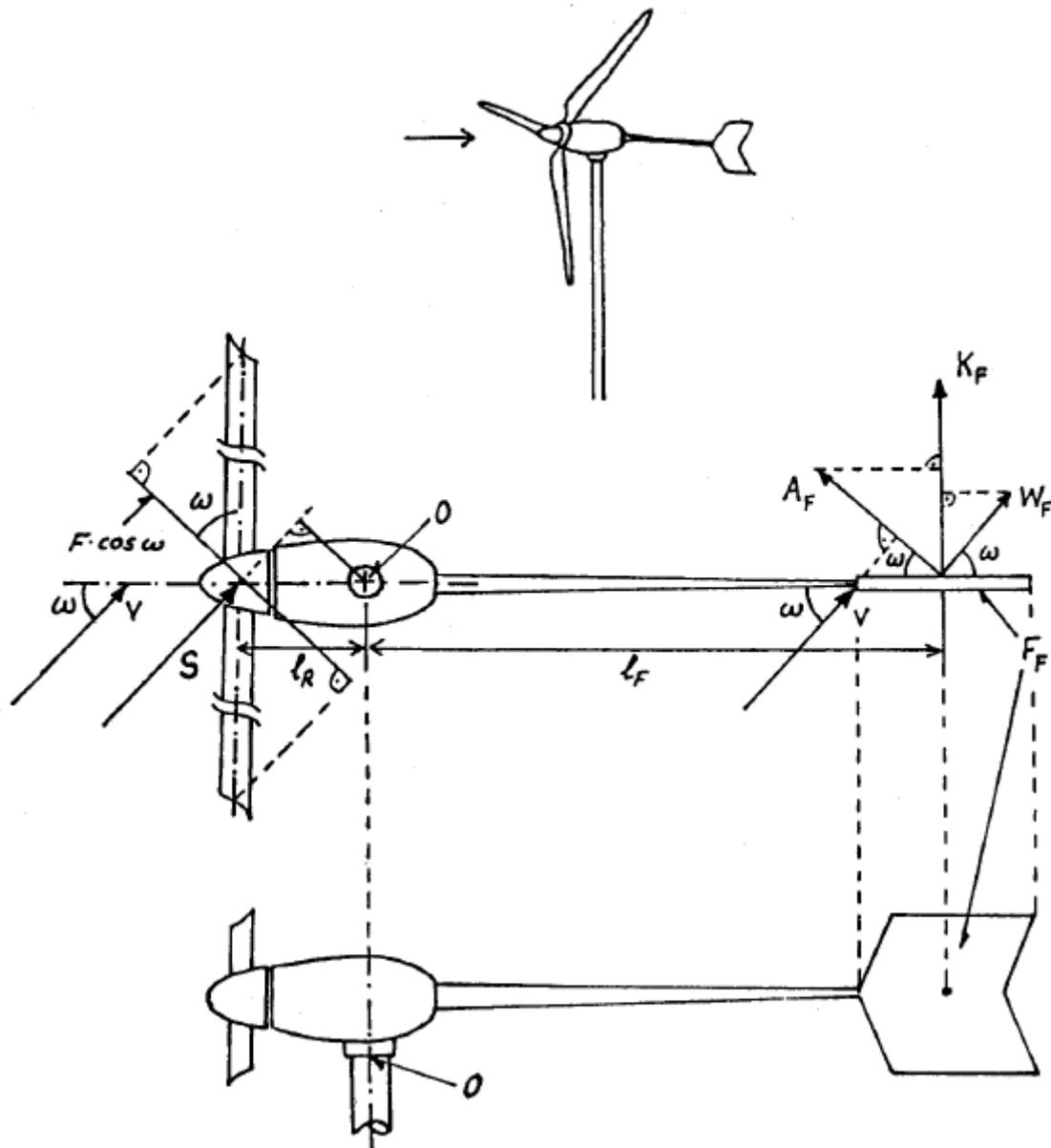
### 2.3.2 Rotor a barlovento

Las máquinas con rotor a barlovento tienen el rotor de cara al viento (es decir, “delante” de la torre).

La principal ventaja es que se evita el abrigo del viento detrás de la torre. Un inconveniente es que el rotor debe encontrarse a una distancia prudente de la torre para evitar que las palas, que tienen un cierto grado de flexibilidad, colisionen con la misma. Estas máquinas necesitan un dispositivo que las mantenga de cara al viento. Es el método más utilizado en la práctica.

En la Fig. 2.3.2-1 vemos que en este caso la fuerza axial tiende a “sacar” el rotor del viento. El par de giro resultante será tanto más grande cuanto más alejado se encuentre el rotor del cojinete de la torre (distancia  $l_R$ ).

Este par de giro deberá ser compensado por una veleta de orientación.



**Fig. 2.3.2-1**  
Dispositivo de orientación de un rotor a barlovento (veleta)

### Cálculo de la veleta de orientación

La Fig. 2.3.2-1 representa una eólica con una veleta de orientación de superficie  $F_F$ , que forma un ángulo  $\omega$  con la dirección del viento. Para no complicar el cálculo, no tendremos en cuenta la resistencia aerodinámica de las diferentes partes del sistema, sino sólo el rotor y la veleta. La veleta es una chapa plana montada a cierta distancia del rotor. No es otra cosa que un ala atacada por el viento bajo el ángulo  $\omega$ .

El par de giro generado por la fuerza aerodinámica que actúa sobre la veleta es:

$$M_F = K_F \cdot l_F \quad [\text{Nm}] \quad (2.3.2.1)$$

siendo  $K_F$  la fuerza resultante perpendicular a  $l_F$ , es decir,

$$K_F = A_F \cdot \cos \omega + W_F \cdot \sin \omega \quad [\text{N}] \quad (2.3.2.2)$$

Las fuerzas  $A_F$  y  $W_F$  pueden ser calculadas con la polar de una chapa plana (Fig. 2.1.8-2):

$$A_F = c_a \cdot \frac{\rho}{2} \cdot F_F \cdot v^2 \quad [\text{N}]$$

y

$$W_F = c_w \cdot \frac{\rho}{2} \cdot F_F \cdot v^2 \quad [\text{N}]$$

Con la ecuación (2.3.2.1) obtendremos:

$$M_F = \frac{\rho}{2} \cdot l_R \cdot F_F \cdot v^2 (c_a \cdot \cos \omega + c_w \cdot \sin \omega) \quad [\text{Nm}] \quad (2.3.2.3)$$

El par de giro generado por la fuerza axial del rotor puede calcularse con la ecuación (2.3.1.3).

Lógicamente, el par de giro  $M_F$  de la veleta tendrá que ser más grande que todos los pares de giro que se le oponen, incluyendo el par de fricción  $M_r$  del cojinete de la torre:

$$M_F > M_s + M_r$$

Si prescindimos del par de fricción ( $M_r = 0$ ), introduciendo en esta expresión las ecuaciones (2.3.1.3) y (2.3.2.1) obtendremos la siguiente condición:

$$\frac{l_F \cdot F_F}{l_R \cdot F} > c_s \frac{\sin \omega \cdot \cos \omega}{c_a \cdot \cos \omega + c_w \cdot \sin \omega} = c_s \cdot f(\omega) \quad (2.3.2.4)$$

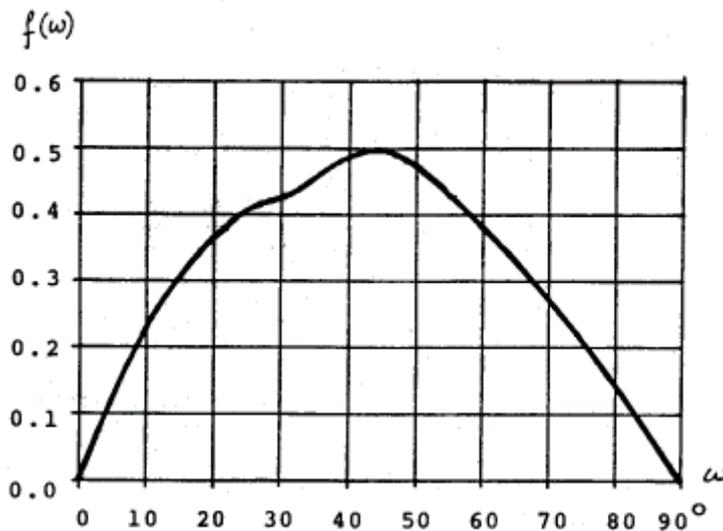
La función  $f(\omega)$  puede calcularse con la polar de una chapa plana y representarse como curva (Fig. 2.3.2-2).

El máximo de esta función es aprox. 0,5 para un ángulo  $\omega = 45^\circ$  (dirección del viento más desfavorable). Por lo tanto, la expresión (2.3.2.4) ahora será:

$$\frac{l_F \cdot F_F}{l_R \cdot F} > c_s \cdot f(\omega)_{\max}$$

o, para  $c_s = 1$ :

$$\frac{l_F \cdot F_F}{l_R \cdot F} > 0,5 \quad (2.3.2.6)$$



**Fig. 2.3.2-2**  
Representación gráfica de la función  $f(\omega)$

### Observación

En principio, en la ecuación (2.3.2.3) se debería introducir la velocidad del viento ralentizada por el rotor ( $v' = 2/3 v$ ), especialmente cuando la veleta se encuentra dentro del “túnel” de aire generado por el rotor (Fig. 1.2-1), de modo que para la relación (2.3.2.6) obtendríamos un límite tres veces mayor. En realidad, lo que ocurre es que el rotor en movimiento se estabiliza parcialmente en una determinada posición en cuanto la veleta genera un pequeño contrapar de giro (si la distancia  $l_R$  no es demasiado grande) (efecto giroscópico). Por este motivo, el límite de 0,5 puede considerarse como válido. La Fig. 2.3.2-3 muestra la relación  $l_F F_F / l_R F$  de algunas pequeñas eólicas comerciales estudiadas (1985).

Para sacar la veleta de la zona de influencia del rotor y de este modo reducir su superficie, algunos constructores la montan sobreelevada (Fig. 2.3.2-4).

Mientras la distancia  $l_R$  está definida por la construcción de la máquina, la longitud  $l_F$  puede ser libremente elegida. Normalmente, esta distancia se elegirá entre los siguientes límites:

$$l_F = (0,6 \dots 1) D \quad [\text{m}] \quad (2.3.2.7)$$

siendo  $D$  el diámetro del rotor.

De modo que ahora podremos estimar la superficie de la veleta de orientación con la siguiente fórmula:

$$F_F > 0,5 \frac{l_R F}{l_F} = \frac{0,5}{0,6 \dots 1} l_R \frac{F}{D}$$

o, con  $F = \pi D^2 / 4$

$$F_F \geq 0,65 \cdot l_R \cdot D \quad [\text{m}^2] \quad \text{para } l_F = 0,6D \quad (2.3.2.8)$$

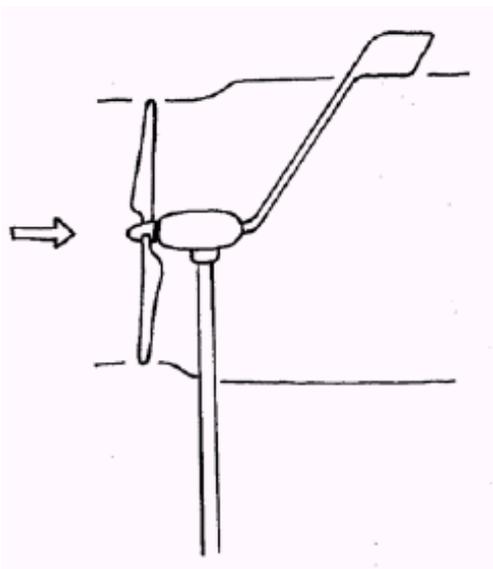
y

$$F_F \geq 0,4 \cdot l_R \cdot D \quad [\text{m}^2] \quad \text{para } l_F = D \quad (2.3.2.9)$$

Marca	Diámetro del rotor [m]	$l_F F_F / l_R F$	Observación
Aerowatt	2	0,5	Eólica rápida
ENAG	1,8	0,6	Eólica rápida
Unicim	7	0,25	Eólica rápida con veleta sobreelevada
Elektro	6	0,15	Eólica rápida con veleta sobreelevada
Windpower	6,3	0,45	Turbina "americana"
Oasis	5	0,35	Turbina "americana"
Adler	5	0,55	Turbina "americana"

**Fig. 2.3.2-3**

La relación  $l_F F_F / l_R F$  de algunas eólicas comerciales



**Fig. 2.3.2-4**

Máquina con veleta de orientación sobreelevada

**Ejemplo 2.3.2**

¿Qué superficie mínima deberá tener la veleta de orientación de una eólica con  $D = 3$  m,  $l_R = 30$  cm = 0,3 m,  $l_F = 0,6D = 1,8$  m?

Aplicando la ecuación (2.3.2.8) obtendremos:

$$F_F \geq 0,65 \cdot 0,3 \cdot 3 = 0,6 \text{ m}^2$$

**2.3.3 Orientación mediante un rotor eólico auxiliar**

El principio es el siguiente: en la parte alta de la torre se montan uno o dos rotores auxiliares (rotores laterales), cuyo eje es perpendicular al eje del rotor principal. Estos rotores auxiliares son del tipo lento, con un importante par de arranque, y hacen de transmisión del eje vertical de la máquina eólica a través de un engranaje helicoidal (Fig. 2.3.3-1).

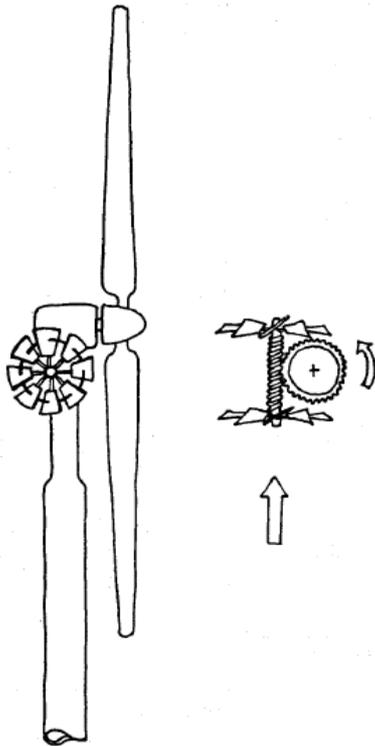
En cuanto el rotor principal no está orientado en la dirección del viento, los rotores auxiliares se ponen en marcha hasta que el rotor principal vuelve a estar correctamente orientado.

La ventaja de este laborioso método es que el rotor principal se mueve lentamente, evitando así las temidas fuerzas giroscópicas que se generan cuando un rotor en movimiento cambia bruscamente de posición.

**2.3.4 Fuerzas giroscópicas**

Durante el tiempo en el que rotor en movimiento cambia su orientación en dirección del viento, en las palas se generan unas fuerzas llamadas giroscópicas, que aumentan con la velocidad de estos cambios de dirección y la velocidad de giro del rotor. Estas fuerzas pueden destruir o deformar las palas. Por este motivo, es importante limitar la velocidad de los cambios de dirección del rotor ( $\rightarrow$  amortiguación). El cojinete de la torre debería ofrecer cierta “resistencia” a los cambios bruscos. Esto también tiene la ventaja de que el rotor no cambia bruscamente de orientación ante breves cambios de la dirección del viento (ráfagas).

En las eólicas con veleta sobreelevada, estas fuerzas giroscópicas son más importantes.



**Fig. 2.3.3-1** Sistema de orientación con rotores auxiliares laterales

## 2.4 Sistemas de regulación del rotor

Las eólicas, sobre todo las de mayor envergadura, precisan de un dispositivo de regulación, que ante grandes velocidades del viento limiten la velocidad de giro del rotor y la potencia suministrada por el generador eléctrico.

La limitación de la velocidad de giro se puede hacer modificando el ángulo de calado  $\delta$  de las palas del rotor, ya sea en sentido positivo o negativo (Fig. 2.4-1). La Fig. 2.4-2 muestra la característica  $c_{pw}, \lambda_o$  de un rotor en función del agrandamiento del ángulo de calado  $\delta$  de las palas [Hütte].

En los aerogeneradores funcionando en isla (capítulo 1.10), la velocidad de giro puede ser utilizada como “señal” de entrada, es decir, el sistema de regulación se activa en cuanto la velocidad de giro del rotor sobrepasa un determinado valor.

Los aerogeneradores conectados a la red eléctrica (capítulo 1.10) trabajan con una velocidad de giro constante. En este caso deberá utilizarse la potencia suministrada por el generador como “señal” de activación de la regulación. Además, en caso de una interrupción de la red (por ejemplo a raíz de un cortocircuito o sobrecalentamiento del generador), deberá evitarse que el rotor eólico se embale excesivamente. Por este motivo, estas máquinas deberán disponer también de un sistema de frenado mecánico o aerodinámico, que en caso de una desconexión de la red reaccionen inmediatamente para detener el rotor o hacerlo girar a una velocidad de giro prudente.

Cualquier eólica “rápida” de cierta envergadura (diámetro  $> 1$  m) deberá disponer de un sistema de regulación de la velocidad de giro.

Los rotores muy lentos ( $\lambda_d = 1$ ) tienen la ventaja de que incluso sin carga no alcanzan velocidades de giro tan peligrosas. Por ejemplo, según la ecuación (1.7.1), un rotor lento  $\lambda_d = 1$  de diámetro 5 metros bajo un viento de 30 m/s alcanzaría una velocidad de giro

de aprox. 230 rpm, mientras un rotor rápido  $\lambda_d = 10$  del mismo diámetro teóricamente alcanzaría una velocidad de giro de 2300 rpm (!).

¡Este sencillo cálculo ya nos muestra que la construcción “artesanal” de eólicas muy rápidas no es recomendable, ya que un rotor girando en vacío a 2300 rpm puede ser extremadamente peligroso!

Independientemente del sistema de regulación elegido, se recomienda prever un freno de tambor o disco, accionado automática o manualmente, que sea capaz de parar el rotor en caso de emergencia.

### **2.4.1 Reguladores centrífugos**

Para las eólicas funcionando en isla existen numerosas posibilidades de limitar la velocidad de giro del rotor mediante reguladores centrífugos.

Un regulador centrífugo consta siempre de una masa y de un muelle girando solidariamente con el eje del rotor. La masa está montada en el extremo de un brazo articulado. La fuerza centrífuga tiende a mover la masa, y con ella el brazo articulado en dirección del plano del rotor. Este movimiento puede ser influenciado por el muelle y aprovechado para modificar el ángulo de calado de las palas.

La Fig. 2.4.1-1 muestra los principios de construcción y funcionamiento de un regulador centrífugo. Teniendo en cuenta que el muelle es el elemento decisivo de un regulador centrífugo, en el siguiente capítulo presentaremos las bases de cálculo del muelle de una regulación centrífuga.

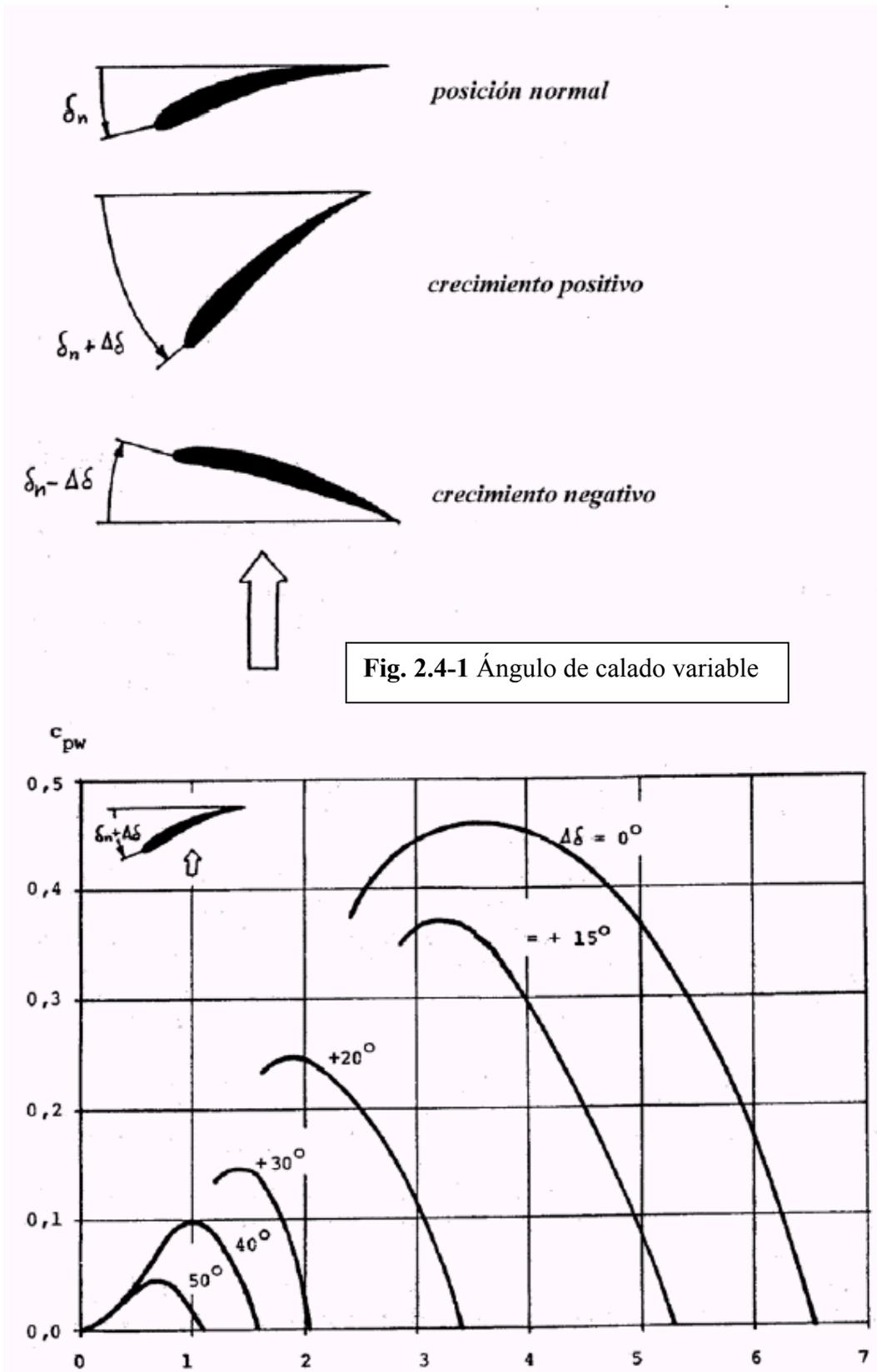
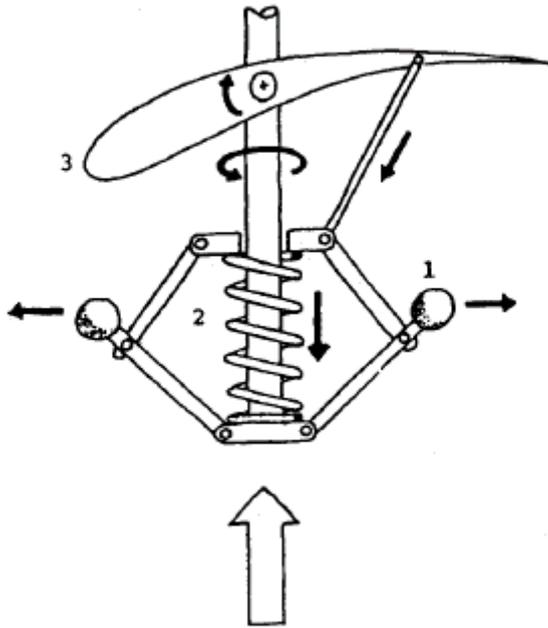


Fig. 2.4-1 Ángulo de calado variable

Fig. 2.4-2

Coefficiente de potencia de un rotor dependiendo del ángulo de calado de las palas [Hütte].



**Fig. 2.4.1-1**

Ejemplo de un regulador centrífugo para el ajuste automático del ángulo de calado de las palas del rotor (1 masa, 2 muelle, 3 pala)

## 2.4.2 Generalidades sobre el cálculo de muelles

En un sistema de regulación, el muelle tiene dos funciones fundamentales: hasta un determinado límite de la “señal” de entrada (cualquier magnitud física), la regulación no debe intervenir. Una vez este límite ha sido alcanzado, el muelle deberá comprimirse o estirarse en la medida oportuna para que la regulación pueda intervenir del modo deseado.

### 2.4.2.1 La característica del muelle

Cuando a un muelle se le aplica una fuerza de tracción  $K_f$ , éste se “estira” (Fig. 2.4.2-1). El incremento de la longitud del muelle se llama *carrera del muelle*  $x$ . Entre la fuerza de tracción y la carrera del muelle existe una relación directamente proporcional (característica del muelle):

$$K_f = c_f \cdot x \quad [\text{N}] \quad (2.4.2.1.1)$$

La relación

$$c_f = \frac{K_f}{x} = \tan \gamma \quad [\text{N/cm}] \quad (2.4.2.1.2)$$

se llama *constante del muelle*.  $\tan \gamma$  es la tangente del ángulo de inclinación de la característica (Fig. 2.4.2-2a). Debido a la generalmente reducida carrera en comparación con la longitud del muelle en reposo, se la acostumbra a indicar en [N/cm].

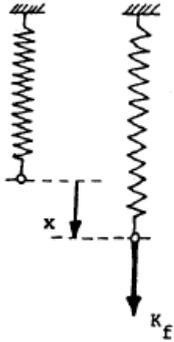


Fig. 2.4.2-1 La carga de un muelle

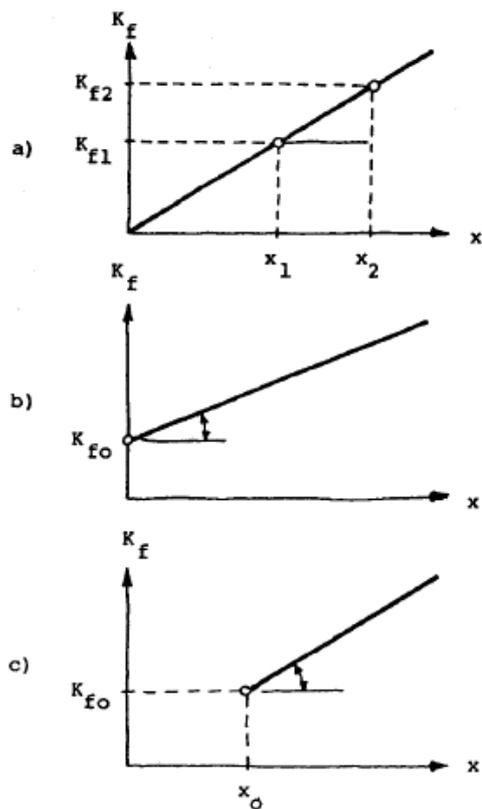


Fig. 2.4.2-2 La característica de un muelle

### 2.4.2.2 El muelle pretensado

En la mayoría de los casos, el muelle ya debe ejercer una fuerza de tracción en la posición de “reposo” del dispositivo de regulación. La Fig. 2.4.2-2b representa la característica de un muelle previamente tensado. Para que el muelle tire con la fuerza  $K_{fo}$  tendremos que estirar el muelle en la siguiente medida (Fig. 2.4.2-2c):

$$x_0 = \frac{K_{fo}}{c_f} \quad [\text{cm}] \quad (2.4.2.2.1)$$

### 2.4.2.3 Ejemplo de cálculo del muelle de un sistema de regulación

Como ejemplo contemplaremos la Fig. 2.4.2-3. El sistema representado consta de un muelle, cuyo extremo libre está fijado a un brazo de longitud  $l + e$  que puede girar alrededor del cojinete  $O$ .

Determinación de la fuerza de pretensión:

Para que durante la actuación de la “señal” de entrada (fuerza  $K_r$ ) el sistema se mantenga en la posición de reposo ( $\varphi = 0$ ), los pares de giro desarrollados por las fuerzas  $K_{r0}$  y  $K_{f0}$  con respecto al punto  $O$  deberán ser idénticos, es decir, deberá cumplirse la condición  $M_{r0} = M_{f0}$  :

$$K_{r0} \cdot l = K_{f0} \cdot e$$

Esto permite calcular la fuerza  $K_{r0}$ :

$$K_{r0} = K_{f0} \cdot \frac{l}{e} \quad [\text{N}] \quad (2.4.2.3.1)$$

Determinación de la constante del muelle:

Bajo una fuerza determinada  $K_r > K_{r0}$  (posición final del sistema), queremos que el brazo tenga un determinado ángulo  $\varphi = \varphi_e$ . La condición  $M_{r0} = M_{f0}$  nos suministra la siguiente ecuación

$$K_{re} \cdot l \cdot \cos \varphi_e = K_{fe} \cdot y(\varphi_e) \quad (2.4.2.3.2)$$

donde  $K_{fe}$  es la fuerza del muelle en la posición final del sistema ( $c_f$  en N/cm!):

$$K_{fe} = K_{f0} + c_f \cdot x(\varphi_e) \cdot 10^2$$

Introduciendo esta expresión en la ecuación (2.4.2.3.2), para la constante del muelle obtendremos:

$$c_f = \left[ \frac{K_{re} \cdot l \cdot \cos \varphi_e}{x(\varphi_e) \cdot y(\varphi_e)} - \frac{K_{f0}}{x(\varphi_e)} \right] \cdot 10^{-2} \quad [\text{N/cm}] \quad (2.4.2.3.3)$$

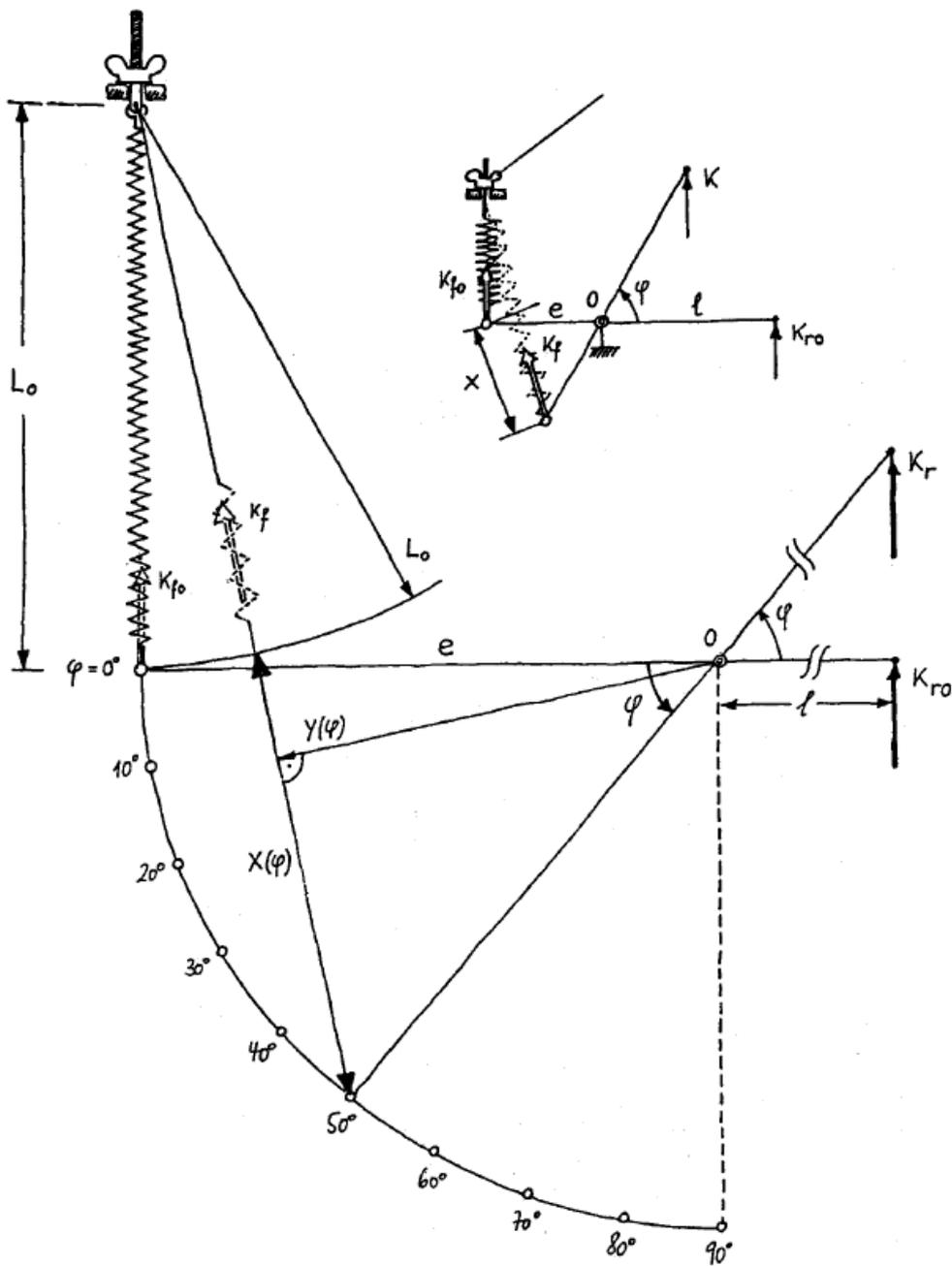
Las longitudes  $x(\varphi_e)$  e  $y(\varphi_e)$  [m] dependen de la geometría del sistema y pueden ser determinadas analítica o gráficamente (Fig. 2.4.2-3).

Con la ecuación (2.4.2.2.1) calcularemos el estiramiento previo  $x_0$  del muelle, que podremos ajustar mediante la palomilla representada en la Fig. 2.4.2-3.

Interesante es el comportamiento del sistema (ángulo  $\varphi$ ) para diferentes valores de la “señal” de entrada (fuerza  $K_r$ ). Para cualquier ángulo  $\varphi$ , la condición de equilibrio  $M_r = M_f$  nos suministra la siguiente ecuación:

$$K_r(\varphi) = \frac{[K_{f0} + c_f \cdot x(\varphi) \cdot 10^2] \cdot y(\varphi)}{l \cdot \cos \varphi} \quad (2.4.2.3.4)$$

Introduciendo los valores  $x$  e  $y$  que corresponden a cada ángulo ( $\varphi$  geometría del sistema!), esta función puede ser calculada y representada gráficamente.



$\varphi$	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$
$x/e$	0,0	0,17	0,35	0,51	0,66	0,80	0,93	1,05	1,15	1,23
$y/e$	1,0	0,98	0,95	0,90	0,84	0,78	0,70	0,62	0,53	0,44

Fig. 2.4.2-3  
Ejemplo de cálculo de un muelle de regulación

## 2.4.3 Ejemplos de sistemas de regulación para rotores eólicos

### 2.4.3.1 Ejemplo de cálculo de un regulador centrífugo

La Fig. 2.4.3-1 muestra un sistema de regulación automático para el ajuste continuo del ángulo de calado de las palas de un rotor. Bajo vientos intensos, la velocidad de giro del rotor aumenta y con ella la fuerza centrífuga que actúa sobre la masa  $m$ . Esta fuerza “tira” de la masa hacia atrás, modificando la posición de la pala acoplada a la misma.

La Fig. 2.4.3-2 muestra una representación esquemática del sistema.  $\delta_n$  denomina el ángulo nominal de calado de las palas (es decir, la posición de las palas durante el funcionamiento normal del rotor) y  $\Delta\delta$  el incremento de este ángulo provocado por el sistema de regulación. Para no complicar los cálculos, supondremos que el brazo de la masa  $m$  es perpendicular a la cuerda del perfil.

La fuerza centrífuga  $K_r$  (es decir, la “señal” de entrada) que actúa en dirección radial sobre la masa  $m$  [kg] es:

$$\begin{aligned} K_z &= m \cdot l \cdot \sin(\delta_n + \Delta\delta) \cdot \left(\frac{2\pi n}{60}\right)^2 \\ &= 0,011 \cdot m \cdot l \cdot \sin(\delta_n + \Delta\delta) \cdot n^2 \quad [\text{N}] \end{aligned} \quad (2.4.3.1.1)$$

la cual desarrolla el siguiente par de giro con respecto al eje de rotación de la pala:

$$\begin{aligned} M_z &= K_z \cdot l \cdot \cos(\delta_n + \Delta\delta) \\ &= 0,011 \cdot m \cdot l^2 \cdot \sin(\delta_n + \Delta\delta) \cdot \cos(\delta_n + \Delta\delta) \cdot n^2 \quad [\text{Nm}] \end{aligned} \quad (2.4.3.1.2)$$

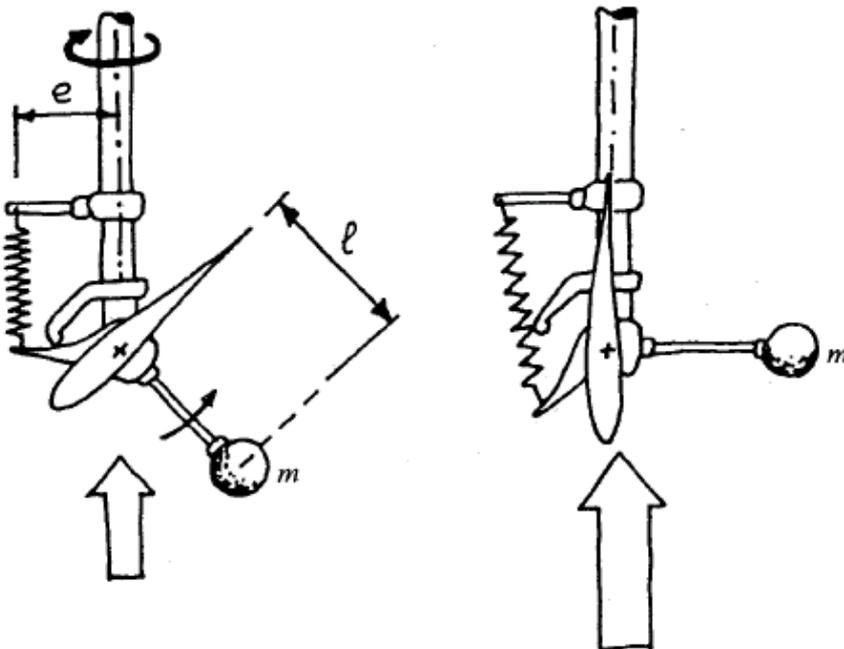


Fig. 2.4.3-1

Ejemplo de un sistema automático de regulación del ángulo de calado de las palas de un rotor (izquierda: viento normal; derecha: viento huracanado)

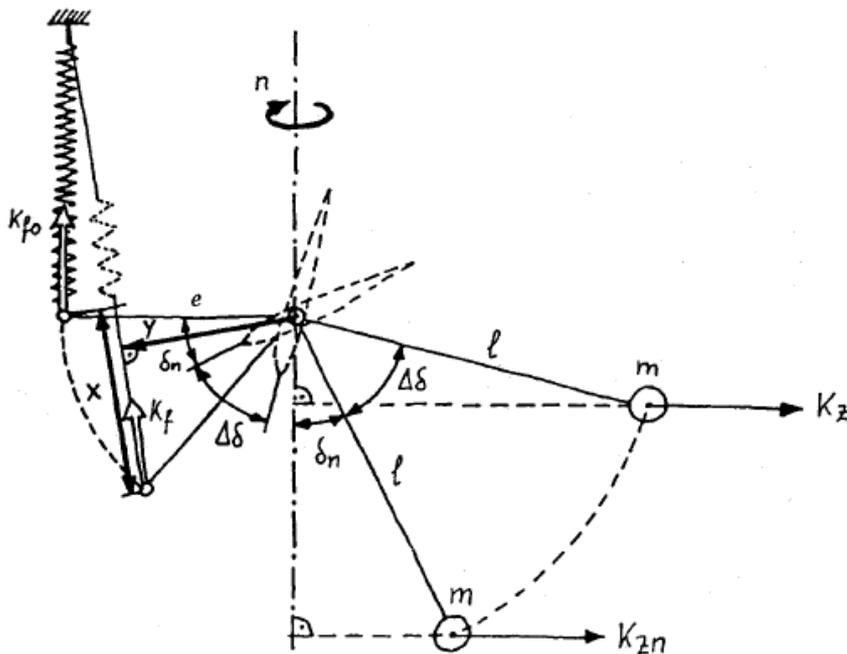


Fig. 2.4.3-2 Cálculo del muelle

Bajo una velocidad de giro  $n_o$  del rotor, ligeramente inferior a la nominal, las palas deberán conservar su ángulo de calado normal  $\delta_n$  ( $\Delta\delta = 0$ ).

La condición de equilibrio entre los pares de giro generados por la fuerza centrífuga y la fuerza del muelle con respecto al punto  $O$  ( $M_f = M_z$ ) nos suministra:

$$K_{f0} \cdot e = M_{z0}$$

de modo que la fuerza con la que tenemos que pretensar el muelle será:

$$K_{f0} = \frac{M_{z0}}{e} = \frac{0,11 \cdot m \cdot l^2 \cdot \sin \delta_n \cdot \cos \delta_n \cdot n_o^2}{e}$$

A la velocidad de giro  $n_e > n_o$  (por ejemplo la velocidad bajo la cual la eólica desarrolla su potencia nominal), la regulación deberá incrementar el calado de las palas en un ángulo  $\Delta\delta_e$ .

Introduciendo la abreviación  $\varphi_e = \delta_n + \Delta\delta_e$ , para la fuerza del muelle obtendremos (¡introducir  $c_f$  en N/cm!):

$$K_{fe} = K_{f0} + c_f \cdot x(\varphi_e) \cdot 10^2$$

y para el correspondiente par de giro:

$$\begin{aligned} M_{fe} &= K_{fe} \cdot y(\varphi_e) \\ &= [K_{f0} + c_f \cdot x(\varphi_e) \cdot 10^2] \cdot y(\varphi_e) \end{aligned}$$

Con la condición de equilibrio (2.4.3.1.3), finalmente obtendremos:

$$c_f = \left[ \frac{M_{ze}}{x(\varphi_e) \cdot y(\varphi_e)} - \frac{K_{f0}}{x(\varphi_e)} \right] \cdot 10^{-2} \quad [\text{N/cm}]$$

$M_{ze}$  se calcula introduciendo  $\Delta\delta = \Delta\delta_e$  y  $n = n_e$  en la ecuación (2.4.3.1.2).

Las longitudes  $x(\varphi_e)$  e  $y(\varphi_e)$  [m] dependen de la geometría del sistema y pueden ser determinadas analítica o gráficamente (¡introducir los valores en [m]!).

Ahora, el comportamiento del sistema  $\varphi(n)$  puede ser determinado de modo sencillo aplicando el método descrito en el capítulo 2.4.2.3.

### Observación

Estos cálculos sólo son una aproximación. El muelle óptimo sólo podrá ser hallado y ajustado haciendo los ensayos pertinentes.

### 2.4.3.2 Más ejemplos de sistemas de regulación

En las eólicas rápidas ( $\lambda_d \geq 8$ ), el ángulo de calado de las palas  $\delta$  es muy pequeño, por lo que al rotor le costará arrancar sin un dispositivo auxiliar. Cuando el rotor está parado, la componente de la velocidad  $u'$  es igual a cero (Fig. 2.2.3-1), y el viento ataca las palas bajo un ángulo  $\alpha$  muy pronunciado, por lo que éstas tendrán muy poca sustentación y mucha resistencia.

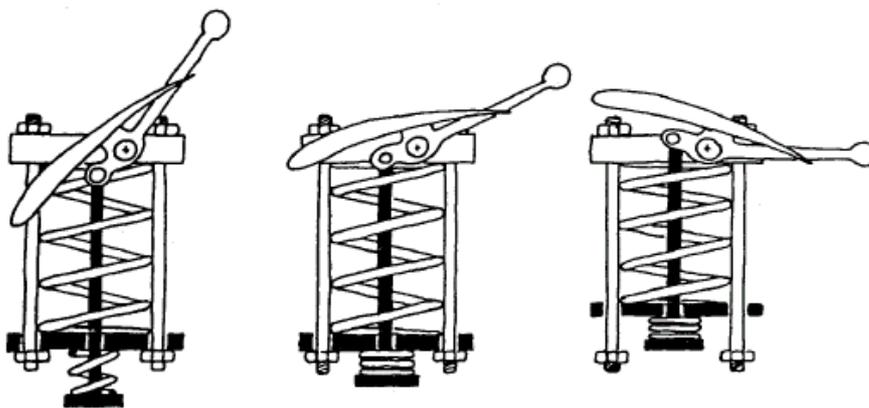
Para reducir el ángulo  $\alpha$  y crear así una fuerza de sustentación suficiente para arrancar, tendremos que aumentar el ángulo de calado de las palas ( $\delta$ ). La Fig. 2.4.3-3 muestra un sistema combinado, que ayuda considerablemente a arrancar el rotor. Consta de dos muelles. Cuando el rotor está parado, el viento ataca el perfil de las palas bajo un ángulo  $\alpha$  más favorable (izquierda). El muelle más pequeño está calculado de tal modo, que el regulador centrífugo ya coloca las palas en su posición normal cuando el rotor alcanza una velocidad de giro relativamente moderada (centro). Cuando la velocidad de giro alcanza un valor “peligroso”, el muelle más grande (y más “duro”) se contrae, colocando las palas en un ángulo  $\delta$  negativo, limitando así la velocidad de giro y la potencia del rotor (derecha).

La Fig. 2.4.3-4 representa un regulador aerodinámico. Esta original solución fue desarrollada por el constructor de los aerogeneradores de la marca *Windcharger*: cuando la velocidad de giro sobrepasa un determinado valor, las dos chapas cilíndricas se “abren” de tal modo, que la fuerza de resistencia creada por la velocidad relativa  $u$  que ataca las chapas “frena” el rotor, reduciendo así su velocidad de giro.

### 2.4.4 Dispositivo de protección con veleta transversal

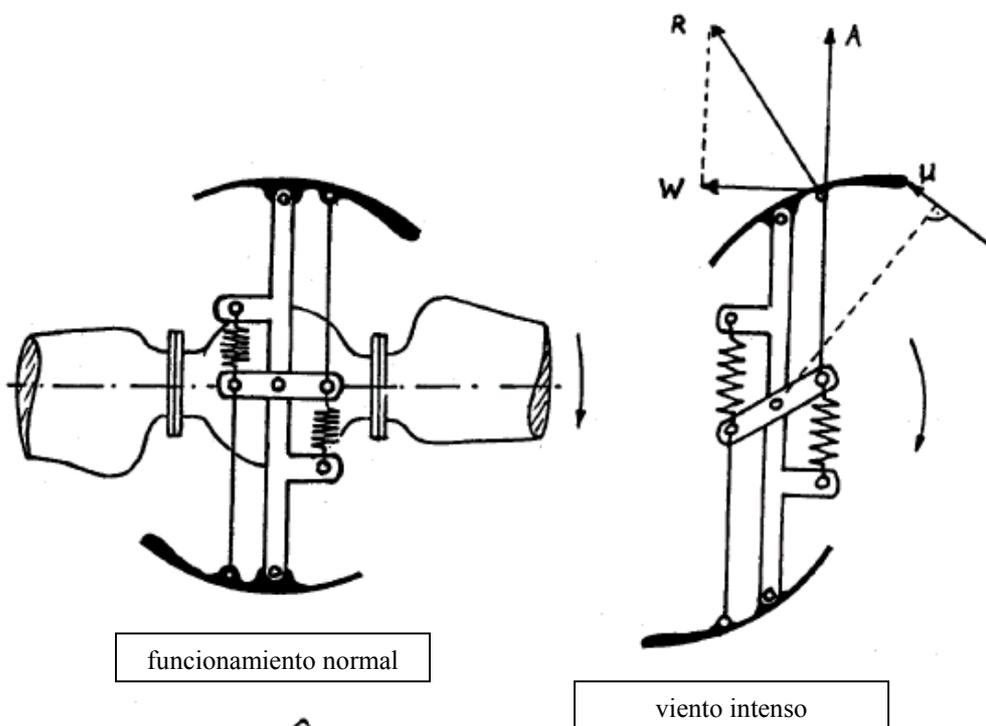
Las eólicas deberán protegerse contra los vientos intensos. Como ya hemos mencionado en el capítulo 2.4, bajo un viento huracanado el rotor puede alcanzar velocidades de giro inadmisibles, sobre todo si trabaja en vacío (sin carga).

Especialmente en las eólicas rápidas, un rotor no protegido puede embalsarse de tal modo, que las palas no resisten las fuerzas centrífugas, giroscópicas y otras fuerzas de inercia (¡vibraciones!) y se rompen. ¡Conocemos un caso en el que una eólica relativamente pequeña “lanzó” una pala a más de 30 metros de distancia de la torre!



**Fig. 2.4.3-3**

Sistema combinado de regulación para el arranque y la limitación de la velocidad del rotor (de izquierda a derecha: arranque, funcionamiento normal y funcionamiento bajo vientos intensos)



funcionamiento normal

viento intenso

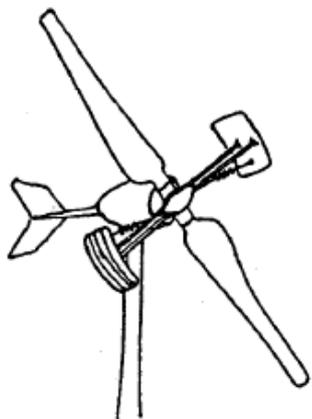
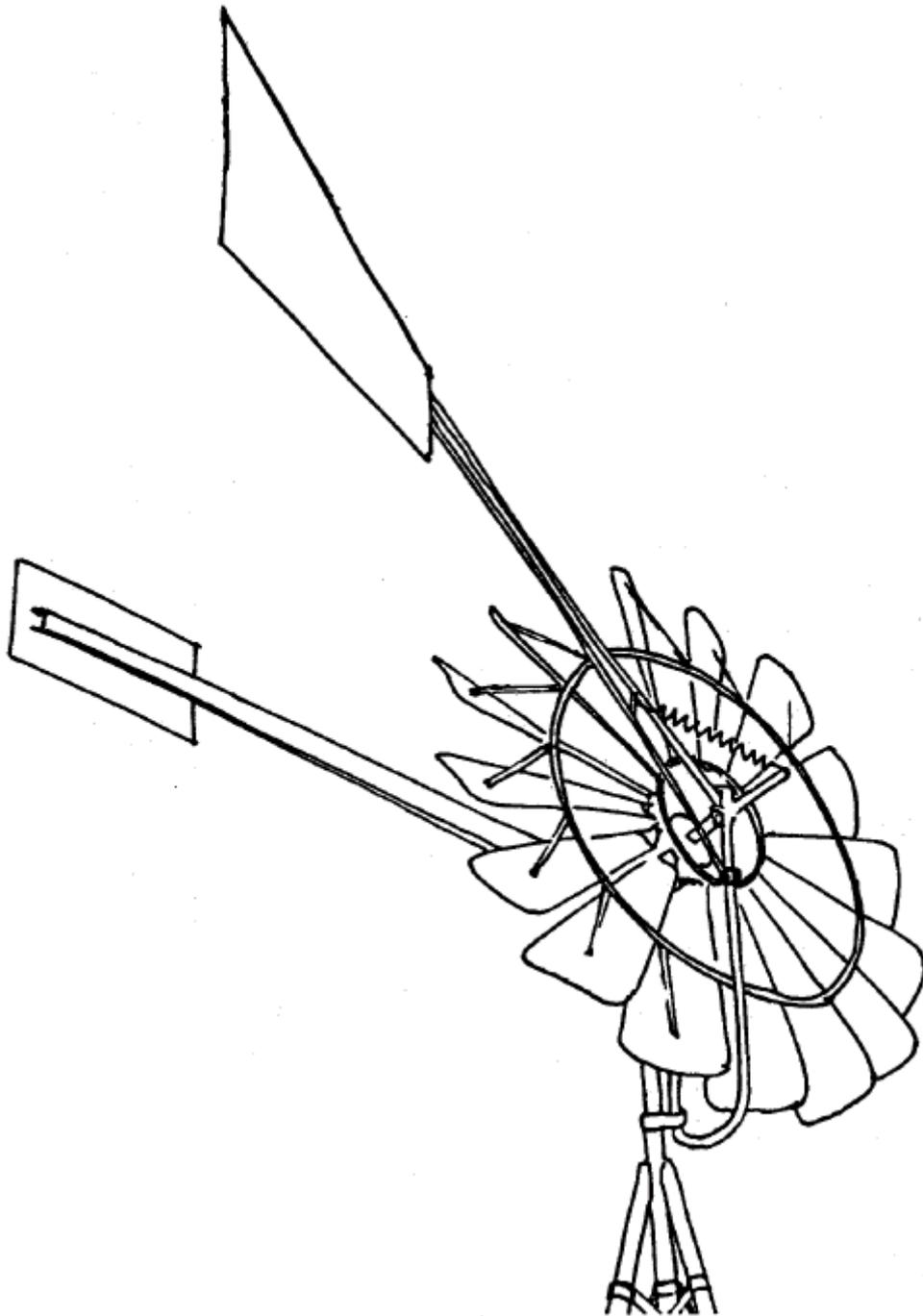


Fig. 2.4.3-4 Regulador aerodinámico “Windcharger”



**Fig. 2.4.3-5**

Rotor con una veleta transversal (protección contra vientos intensos)

Para las eólicas rápidas, en los capítulos precedentes ya hemos visto algunos métodos de regulación de la velocidad de giro del rotor (modificación del ángulo de calado de las palas).



La Fig. 2.4.4-1 muestra esquemáticamente el principio: el sistema consta de una veleta principal de superficie  $F_h$ , que puede pivotar alrededor del cojinete  $O'$  y cuyo brazo de longitud  $l_h$  está unido al cuerpo de la eólica mediante un muelle y de una veleta transversal rígida de superficie  $F_q$  a la distancia  $l_q$  del cojinete  $O'$ . Esta veleta transversal es una chapa plana, que bajo condiciones normales está perpendicular a la dirección del viento. Por motivos aerodinámicos, la veleta transversal deberá sobrepasar el radio del rotor.

Gracias a la posición de la veleta principal, bajo condiciones normales el rotor también estará perpendicular a la dirección del viento. Una cadena o cable mantiene la veleta principal en la posición correcta. Para evitar movimientos bruscos (ráfagas de viento), paralelamente al muelle se puede montar un amortiguador.

La veleta principal tiene una mayor superficie que la transversal. Bajo condiciones normales, el muelle “absorbe” la fuerza que el viento ejerce sobre la veleta transversal. Este muelle está calculado de tal modo, que el par de giro desarrollado por la veleta transversal con respecto al punto  $O'$  no basta para tensarlo. Sin embargo, bajo un viento intenso, el muelle cede y la veleta transversal se coloca en la posición del viento “arrastrando” el rotor (Fig. 2.4.4-1).

Los siguientes cálculos son válidos bajo las siguientes condiciones:

1. La veleta transversal es una chapa plana.
2. La fricción de los cojinetes no ha sido tenida en cuenta.
3. La fuerza axial que actúa sobre el rotor tampoco ha sido tenida en cuenta.
4. La veleta principal tiene una superficie tan grande, que su par de orientación es mucho mayor que el momento de giro desarrollado por la veleta transversal, es decir, la veleta principal se mantiene siempre paralela a la dirección del viento (bajo condiciones normales).
5. La longitud  $b$  se expresa en relación a la longitud  $e$ :

$$k = \frac{b}{e}$$

### Cálculo del muelle

La fuerza aerodinámica que  $K_q$  actúa sobre la veleta transversal desarrolla el siguiente par de giro con respecto al punto  $O = O'$ :

$$M_q = K_q \cdot l_q \quad [\text{Nm}]$$

con

$$\begin{aligned} K_q &= A \cdot \sin \varphi + W \cdot \cos \varphi \quad [\text{N}] \\ &= c(\varphi) \cdot F_q \cdot v^2 \end{aligned}$$

El factor

$$c(\varphi) = \frac{\rho}{2} \cdot (c_a \cdot \sin \varphi + c_w \cdot \cos \varphi)$$

puede ser calculado con la ayuda de la polar de una chapa plana (Fig. 2.1.8-2), siendo el ángulo de ataque  $\alpha = 90^\circ - \varphi$ . La Fig. 2.4.4-2 muestra la curva  $c(\varphi)$ .

El par de giro de la veleta transversal es:

$$M_q = c(\varphi) \cdot l_q \cdot F_q \cdot v^2 \quad [\text{Nm}] \quad (2.4.4.1)$$

La fuerza del muelle  $K_f$  desarrolla el siguiente par de giro con respecto a  $O = O'$ :

$$M_f = K_f \cdot y(k, \varphi) \quad [\text{Nm}] \quad (2.4.4.2)$$

Para que bajo condiciones normales el sistema se mantenga en equilibrio deberá cumplirse la condición

$$M_q = M_f \quad (2.4.4.3)$$

Con las ecuaciones (2.4.4.1.1) y (2.4.4.1.2) obtendremos la fuerza del muelle:

$$K_f = \frac{c(\varphi) \cdot l_q \cdot F_q \cdot v^2}{y(k, \varphi)} \quad [\text{N}] \quad (2.4.4.4)$$

La carrera del muelle es:

$$x = x(k, \varphi) \quad [\text{m}]$$

Las magnitudes  $x(k, \varphi)$  y  $y(k, \varphi)$  dependen de la geometría del sistema y pueden ser determinadas analítica o gráficamente. En las siguientes fórmulas deberán introducirse en [m].

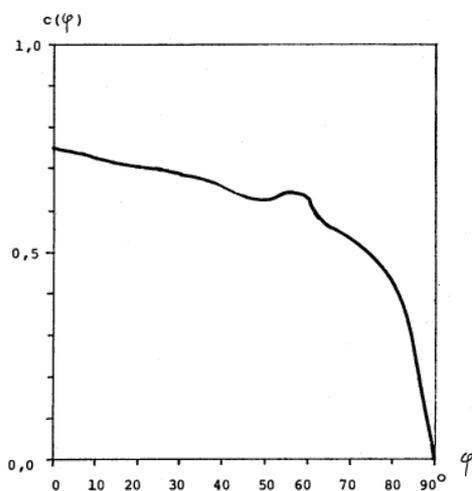


Fig. 2.4.4-2 La curva de la función  $c(\varphi)$ .

Fuerza del muelle pretensado

Bajo la velocidad nominal del viento  $v = v_r$ , la exigencia es  $\varphi = 0$ . De modo que la fuerza con la que tendremos que pretensar el muelle será:

$$K_{f0} = \frac{c(0) \cdot l_q \cdot F_q \cdot v_r^2}{y(k, 0)} = 0,75 \cdot \frac{l_q \cdot F_q \cdot v_r^2}{y(k, 0)} \quad [\text{N}]$$

Constante del muelle

La fuerza del muelle es:

$$K_f = K_{f0} + c_f \cdot x(k, \varphi) \cdot 10^2 \quad [\text{N}]$$

(¡introducir  $c_f$  en N/cm!):

y el correspondiente par de giro:

$$M_f = [K_{f0} + c_f \cdot x(k, \varphi) \cdot 10^2] \cdot y(k, \varphi) \quad [\text{Nm}]$$

En nuestro ejemplo, independientemente del factor  $k > 1$ , este par de giro será máximo para el ángulo

$$\varphi_{crit} = 40^\circ$$

Ahora, la condición de equilibrio (2.4.4.1.3) nos suministrará la constante del muelle:

$$c_f = \frac{c(\varphi_{crit}) \cdot l_q \cdot F_q \cdot v_{torm}^2 - K_{f0} \cdot y(k, \varphi_{crit})}{x(k, \varphi_{crit}) \cdot y(k, \varphi_{crit})} \cdot 10^{-2} \quad [\text{N/cm}]$$

( $v_{torm}$  = velocidad del viento “huracanado”)

En cuanto el ángulo alcanza el valor  $\varphi = \varphi_{crit}$ , el par de giro de la veleta transversal superará al del muelle, es decir

$$M_q > M_f$$

de modo que bajo un viento  $v = v_{torm}$ , el rotor “basculará” y se colocará en posición del viento.

La fuerza del muelle pretensado  $K_{f0}$  y la constante del muelle  $c_f$  pueden ser calculadas (¡aproximación!) mediante la tabla de la Fig. 2.4.4-3 en función de la velocidad nominal del viento  $v_r$  de la eólica y de la velocidad bajo la cual deseamos “sacar” el rotor del viento ( $v_{torm}$ ). Utilizaremos las siguientes fórmulas:

$$K_{f0} = K_{f0}^* \cdot \frac{l_q \cdot F_q}{e} \quad [\text{N}]$$

$$c_f = c_f^* \cdot \frac{l_q \cdot F_q}{e^2} \quad [\text{N/cm}]$$

siendo  $K_{fo}^*$  y  $c_{fo}^*$  los factores indicados en la tabla ( $l_q$  y  $e$  deberán introducirse en [m] y  $F_q$  en [m<sup>2</sup>!]).

Para que bajo condiciones normales del viento (velocidad nominal) el rotor se mantenga perpendicular a la dirección del mismo (máxima potencia), la veleta principal deberá inclinarse con un ángulo fijo  $\varphi_o$  hacia el lado opuesto a la veleta transversal. La siguiente tabla indica este ángulo de “preajuste” en función de la relación  $l_h \cdot F_h / l_q \cdot F_q$ :

$\frac{l_h \cdot F_h}{l_q \cdot F_q}$	[-]	2	3	4	5	6
$\varphi_o$	[°]	8	5	4	3	2

### Observación

Estos cálculos sólo son una aproximación. El muelle óptimo sólo podrá ser hallado y ajustado haciendo los ensayos pertinentes.

			$v_r$ (m/s)						
			8		10		12		
			$k_{fo}^*$	$c_f^*$	$k_{fo}^*$	$c_f^*$	$k_{fo}^*$	$c_f^*$	
$v_{form}$	14	k	1	68	6,0	105	5,1	152	3,9
			2	54	3,5	84	2,9	121	2,1
			3	51	2,8	79	2,3	114	1,7
			4	49	2,6	77	2,1	111	1,5
			5	49	2,4	77	1,7	110	1,4
	16	k	1	68	8,4	105	7,4	152	6,3
			2	54	4,9	84	4,2	121	3,5
			3	51	4,3	79	3,4	114	2,8
			4	49	3,6	77	3,1	111	2,6
			5	49	3,4	77	2,9	110	2,4
	18	k	1	68	11,1	105	10,1	152	9,0
			2	54	6,4	84	5,8	121	5,1
			3	51	5,3	79	4,7	114	4,1
			4	49	4,8	77	4,3	111	3,8
			5	49	4,5	77	4,1	110	3,5
	20	k	1	68	14,0	105	13,1	152	11,9
			2	54	8,2	84	7,6	121	6,9
			3	51	6,7	79	6,2	114	5,6
			4	49	6,2	77	5,6	111	5,1
			5	49	5,8	77	5,3	110	4,7

Fig. 2.4.4-3

Tabla para el cálculo del muelle del sistema de regulación de la Fig. 2.4.4-1

**Ejemplo 2.4.4.1**

Hemos previsto proteger una eólica lenta de 3 metros de diámetro con el sistema a base de veleta transversal presentado en la Fig. 2.4.4-1. La superficie de la veleta transversal tendrá una superficie equivalente al 5% de la superficie del rotor. Queremos que bajo una velocidad del viento de 10 m/s el rotor se mantenga en su posición normal y “sacarlo” del viento cuando la velocidad de éste alcance 14 m/s.

Definanse las longitudes  $e$ ,  $b$  y  $l_q$  y calcúlese el muelle que será necesario.

La superficie del rotor es de aprox.  $7 \text{ m}^2$  y la de la veleta transversal  $F_q = 0,05 \cdot 7 = 0,35 \text{ m}^2$ . La forma de la veleta transversal puede ser rectangular, por ejemplo  $0,7 \times 0,5 \text{ m}$ .

La longitud  $l_q$  puede elegirse del siguiente modo: radio del rotor +  $\frac{1}{2}$  de la longitud de la veleta transversal + “ranura” de aire entre las puntas de las palas y del canto interior de la veleta (por ejemplo  $25 \text{ cm} = 0,25 \text{ m}$ ).

$$l_q = 1,5 + \frac{0,7}{2} + 0,25 = 2,1 \text{ m}$$

En base al tamaño de la eólica, elegiremos  $e = 30 \text{ cm}$  y  $b = 60 \text{ cm} \rightarrow k = 2$

**Cálculo aproximado del muelle:****Longitud del muelle**

$$\sqrt{e^2 + b^2} = 67 \text{ cm}$$

Con la ayuda de la tabla de la Fig. 2.4.4-3 podemos determinar los factores  $K_{fo}^*$  y  $c_{fo}^*$  (para  $v_r = 10 \text{ m/s}$ ,  $v_{torm} = 14 \text{ m/s}$  y  $k = 2$ ):

$$K_{fo}^* = 84 \text{ y } c_{fo}^* = 2,9$$

**Fuerza de pretensado y constante del muelle:**

$$K_{r0} = 84 \cdot \frac{2,1 \cdot 0,35}{0,3} = 206 \text{ N}$$

y

$$c_f = 2,9 \cdot \frac{2,1 \cdot 0,35}{0,3^2} = 23,7 \text{ N/cm}$$

Esta fuerza de pretensado se obtiene estirando el muelle (en el estado de reposo del sistema) en la siguiente magnitud:

$$x_0 = \frac{206}{23,7} = 8,7 \text{ cm}$$

## Conclusiones más destacadas del capítulo 2

En este capítulo hemos visto que el rendimiento de un rotor eólico depende de diferentes factores:

1. Si observamos la ecuación 2.2.10.3, veremos que el coeficiente de potencia depende de tres “rendimientos” parciales:

- El primero tiene en cuenta la ralentización no óptima de la velocidad del viento a la altura de las palas ( $c'_{pwmax}$ ) (factores  $a$  y  $b$ ), ocasionada por las turbulencias generadas por el rotor en movimiento. **Estas pérdidas son considerablemente más elevadas en los rotores lentos.**
- El segundo ( $\eta_F$ ) tiene en cuenta las pérdidas ocasionadas por la fineza limitada de las palas ( $\varepsilon$ ), que depende de la relación longitud / anchura (alargamiento  $A$ ), de la estructura de la superficie de las palas (lisa o rugosa) y del ángulo de calado de las mismas (indirectamente, del ángulo  $\beta$ ). **Un rotor con muchas palas estrechas siempre tendrá un rendimiento superior a uno con pocas palas anchas.**
- El tercero ( $\eta_z$ ) tiene exclusivamente en cuenta el número finito de palas del rotor: **cuantas más palas, mejor, muy especialmente en los rotores lentos.**

2. En la Fig. 2.1.7-1 vemos como la fineza de un ala también depende del número de *Reynolds*. Teniendo en cuenta su definición (ecuación (2.1.7.1)), en las palas de una anchura dada el número de *Reynolds* sólo puede aumentar con la velocidad del viento, es decir, la fineza de las palas y, por consiguiente su rendimiento, aumentan con la velocidad de giro del rotor. Otro motivo por el cual **los rotores rápidos siempre serán más eficientes que los lentos, ya que su número de *Reynolds* es superior.**

Si decidiéramos construir un pequeño rotor, por ejemplo para cargar las baterías de un velero, con un diámetro de 60 cm y una velocidad específica  $\lambda_d = 4$ , con palas rectangulares de chapa curvada un 5% (ver ejemplo 2.2.12), la Fig. 2.2.12-2 nos permitiría elegir entre:

- 4 palas de anchura 4,71 cm, ángulo de calado  $10^\circ$
- 12 palas de anchura 1,57 cm, con el mismo ángulo de calado.

Según la Fig. 2.2.10-1, en el primer caso el rendimiento  $\eta_z$  sería aprox. 0,88 y en el segundo aprox. 0,965, es decir, un 10% más. Como vemos claramente, el mero hecho de añadir más palas ya aumenta notablemente el rendimiento de nuestro pequeño aerogenerador.

Contemplemos ahora el alargamiento de las palas (ecuación (2.1.6.1)) (longitud aprox. 25 cm = 0,25 m, teniendo en cuenta el diámetro que ocupa el buje):

- 4 palas:  $A = 0,25/0,0471 = 5,3$
- 12 palas:  $A = 0,25/0,0157 = 15,92$ , es decir, un incremento de aprox. 300%, lo cual según la Fig. 2.1.8-3 significa un aumento de la fineza  $\varepsilon$  de más de un 50%, lo cual a su vez se refleja en un considerable aumento del rendimiento parcial  $\eta_F$  (Fig. 2.2.8-2).

Como hemos visto, estos pequeños “trucos” tienen sentido, ya que a lo largo del año la “cosecha” de energía será más abundante.

### 3. Cálculo de la energía a partir del clima eólico

#### 3.1 Generalidades

Los viejos griegos postulaban que el viento era la respiración de Gaia, nuestro planeta. Su energía sólo puede ser calculada estadísticamente, ya que nunca sabremos con certeza el viento que hará mañana. Si en un determinado lugar medimos la intensidad y la dirección del viento, aunque sea durante años, lo máximo que obtendremos es una cierta probabilidad de que el año que viene el viento se comportará de modo parecido. Estas estadísticas del viento reciben el nombre genérico de *clima eólico*. Sin embargo, hay muchos lugares que tienen su “temporada de viento”. Estos vientos estacionales tienen bonitos nombres: *Abroholos, Blizzard, Cape Doctor, Dzhani, Elephanta, Föhn, Galerna, Haboob, Iseran, Jasna Bura, Kapalilua, Liberator, Mistral, Nowaki, Pampero, Scirocco, Tramontana, Varatraya, Witch, Xlokk, Yama Oroshi, Zefiro*, sólo por citar algunos.

A pesar de esta incertidumbre, antes de instalar (o proyectar) un aerogenerador, el conocimiento del clima eólico es sumamente importante por una serie de motivos:

##### 1. Estimación de la producción anual de energía

Como veremos en esta sección, conociendo las estadísticas del viento podremos hacer una previsión de la energía que podríamos “recolectar” con un determinado aerogenerador.

##### 2. Estimación de las dimensiones del aerogenerador en función de la energía deseada

A partir de las estadísticas del viento de un determinado lugar, podremos estimar el diámetro del rotor y la velocidad nominal del viento  $v_r$  que deberá tener nuestro aerogenerador para poder producir la energía que esperamos obtener.

##### 3. Estimación de la capacidad de almacenaje de la energía

En los aerogeneradores funcionando en isla (es decir, no conectados a la red eléctrica), la capacidad del sistema de almacenaje de la energía dependerá de la frecuencia y duración de los periodos en que el viento previsiblemente no tendrá la suficiente intensidad para ser productivo en nuestro sentido. Por ejemplo, si nuestra demanda de energía coincide con el periodo de vientos aprovechables, la capacidad de almacenaje requerida será inferior que en caso contrario.

##### 4. Previsión de los vientos huracanados

La frecuencia de la aparición de los vientos huracanados puede tener una influencia sobre la construcción de una eólica (dispositivos de seguridad, solidez del mástil etc.).

#### 3.2 Medición del viento

En la actualidad existen infinidad de sistemas de medición y registro de la intensidad (velocidad) y de la dirección del viento. Según las normas internacionales, el viento se mide a una altura de 10 metros sobre el suelo y se registra el valor medio obtenido cada 10 minutos. Además de la velocidad y dirección medias del viento, algunas estaciones registran otros datos relevantes, por ejemplo la velocidad máxima que ha aparecido durante el periodo de medición (ráfagas).

Los datos eólicos se registran desde hace décadas –al menos en los países industrializados- y se conservan en bancos de datos.

Por regla general, estos datos se utilizan para estudios climatológicos (por ejemplo aireación de ciudades) o proyectos de obras en las que el viento juega un papel relevante (por ejemplo puentes colgantes, rascacielos, teleféricos, aeropuertos etc.) y, desde que el precio del crudo está por las nubes, para la elaboración de mapas de energía eólica (por ejemplo Atlas de Viento de Dinamarca, país pionero en este campo).

Hoy en día, en el mercado existen sistemas relativamente económicos que miden, registran y editan los datos del viento medidos durante meses o años.

### 3.3 Utilizabilidad de los datos del viento

El viento puede variar considerablemente dentro de una determinada zona. La topografía, la cercanía del mar, la presencia de zonas boscosas o edificadas etc. pueden tener influencias importantes sobre el clima eólico local.

Por este motivo, las estadísticas del viento procedentes de estaciones de medición cercanas al lugar deberán ser utilizadas con la debida cautela. Como acabamos de mencionar, las condiciones del viento en un determinado lugar pueden ser muy distintas a las registradas por una estación que se encuentra a pocos kilómetros de distancia. Antes de instalar un aerogenerador, sería conveniente registrar los datos del viento en el lugar previsto durante un máximo de tiempo posible.

Otra valiosa fuente de información es la población que vive en o cerca del lugar previsto. ¡La gente a menudo tiene unos conocimientos profundos sobre el comportamiento del viento en el sitio donde viven!

Pero también la flora puede revelarnos si un lugar tiene frecuentes vientos intensos (forma de los árboles y arbustos). ¿Quién no ha visto esos pinos doblegados por el viento que viven a orillas del mar?

### 3.4 Descripción del clima eólico

#### 3.4.1 La distribución de frecuencias

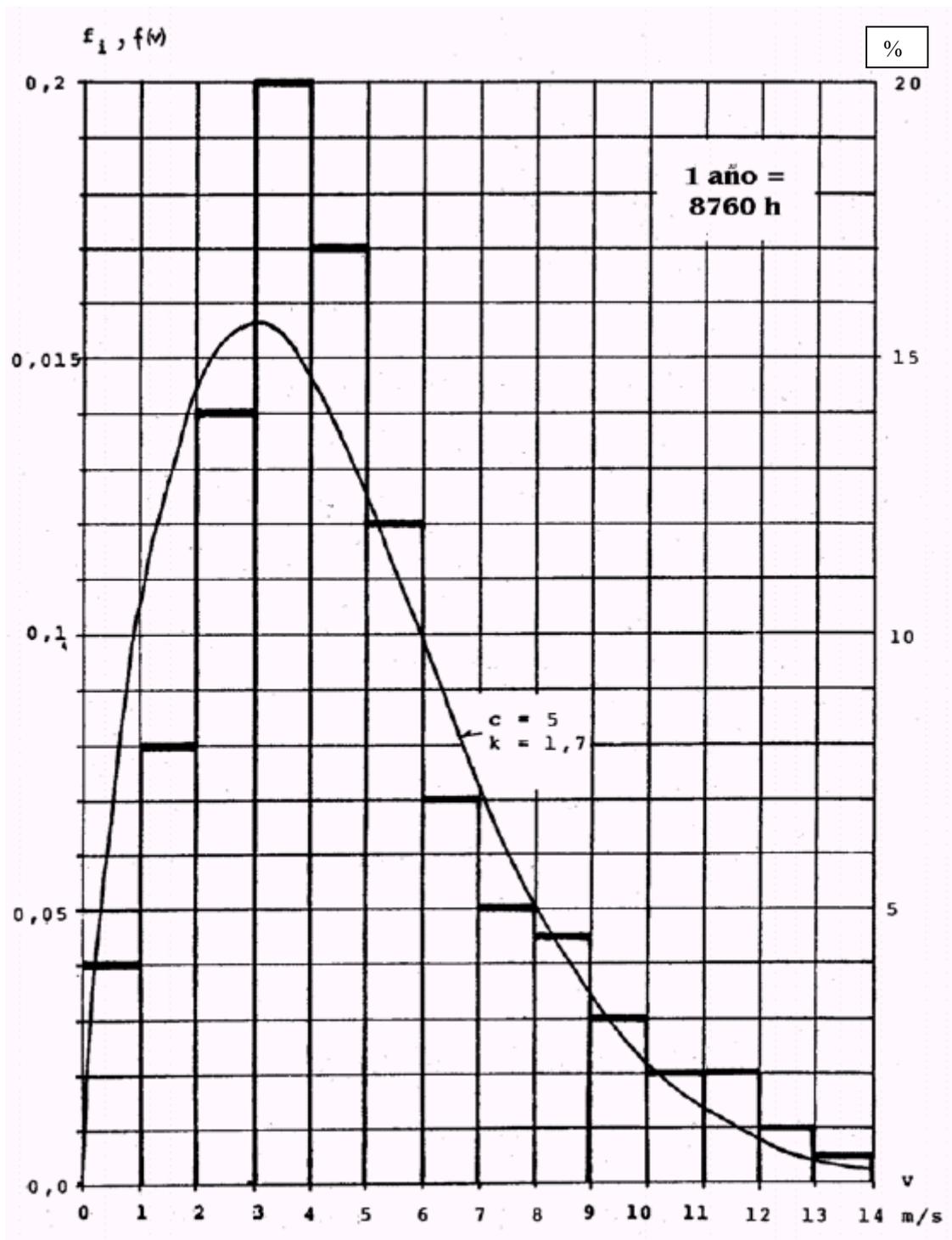
Se trata de un método clásico de representación gráfica de datos estadísticos:

La velocidad del viento es dividida en denominadas *clases* (por regla general de 1 m/s de “anchura”). El procedimiento consiste en tratar por igual a todas las velocidades comprendidas entre el límite inferior y superior de cada clase.

Para los cálculos se utilizará el valor medio de cada clase, es decir, el promedio de los valores superior e inferior de cada clase.

Por ejemplo, la clase 7,5 m/s abarcaría todos los vientos que tienen una velocidad **igual o superior a 7 m/s, pero inferior a 8 m/s**, es decir, todos los valores comprendidos entre 7,00 y 7,999... m/s.

En estadística, una clase (en este caso de velocidad) se escribe de la siguiente forma: “[7,8[ “ o “ **clase 7,5 m/s** ” (el paréntesis abierto de la derecha “[ “ significa que el valor 8 m/s ya no pertenece a esta clase, sino a la siguiente).



**Fig. 3.4-1**

Ejemplo de una distribución de frecuencias (histograma) de la velocidad del viento y su correspondiente distribución de *Weibull*

En un histograma representaremos la frecuencia relativa de la aparición de cada clase durante el periodo de observación  $T$  [h] (Fig. 3.4-1). Por ejemplo, la asignación de un 20% a la clase 3,5 m/s ( o  $[3,4[$  ) significa que durante un periodo de tiempo de  $0,2 \cdot T$  la velocidad del viento ha tenido una magnitud comprendida entre 3 y 3,999... m/s.

Obviamente, un histograma de este tipo no nos revelará **en qué momento** el viento ha tenido una determinada velocidad.

Si disponemos de una cantidad suficiente de datos de medición, podremos dibujar un histograma para un determinado mes o año.

**3.4.2 La distribución de frecuencia acumulativa**

La gráfica de frecuencia acumulativa indica el porcentaje del tiempo de observación durante el cual la velocidad del viento ha sido **inferior** a un determinado valor.

La distribución de frecuencia acumulativa puede deducirse de la distribución de frecuencias (Fig. 3.4-1).

Sea  $f_i$  la frecuencia relativa de la clase  $i$  [m/s]. La frecuencia acumulativa de la clase  $n$  se obtiene sumando las frecuencias relativas  $f_i$  de todas las clases precedentes. Por ejemplo, la frecuencia acumulativa  $S$  de la clase 7,5 (  $[7,5[$  ) sería:

$$S_{7,5} = f_{0,5} + f_{1,5} + \dots + f_{7,5} = \sum_{i=0,5}^{7,5} f_i$$

o, expresado de forma general:

$$S_n = \sum_{i=1}^n f_i \quad (3.4.2.1)$$

**3.4.3 Curva de caudales clasificados**

Esta gráfica, que llamaremos  $D$ , indica el **porcentaje del tiempo** de observación durante el cual la velocidad del viento ha sido **superior** a un determinado valor.

La curva de caudales clasificados se determina a partir de la distribución de frecuencia acumulativa, siendo:

$$D = 1 - S \quad (3.4.3.1)$$

o, partiendo de la distribución de frecuencias:

$$D_n = 1 - \sum_i^n f_i \quad (3.4.3.2)$$

La tabla de la Fig. 3.4-2 muestra los valores de la distribución de frecuencia cumulativa y de la curva de caudales clasificados correspondientes al histograma de la Fig. 3.4-1. En la Fig. 3.4-3 hemos dibujado las correspondientes curvas.

Clase	Límite superior de la clase	Frecuencia relativa	Distribución de frecuencia cumulativa	Curva de caudales clasificados
m/s	-	m/s	-	-
0,5	0,99	0,04	0,04	0,96
1,5	1,99	0,08	0,12	0,88
2,5	2,99	0,14	0,26	0,74
3,5	3,99	0,20	0,46	0,54
4,5	4,99	0,17	0,63	0,37
5,5	5,99	0,12	0,75	0,25
6,5	6,99	0,07	0,82	0,18
7,5	7,99	0,05	0,87	0,13
8,5	8,99	0,045	0,915	0,085
9,5	9,99	0,03	0,945	0,055
10,5	10,99	0,02	0,965	0,035
11,5	11,99	0,02	0,985	0,015
12,5	12,99	0,01	0,995	0,005
13,5	13,99	0,005	1,000	0,000

Fig. 3.4-2

#### Nota importante

¡Al dibujar las curvas de la distribución de frecuencia cumulativa y de los caudales clasificados (Fig. 3.4-3) deberá utilizarse siempre el límite **superior** de la respectiva clase!

### 3.4.4 El promedio de la distribución de frecuencias

El promedio de la distribución de frecuencias del viento se calcula del siguiente modo:

$$\bar{v} = v_1 \cdot f_1 + v_2 \cdot f_2 + \dots$$

o

$$\bar{v} = \sum_i v_i \cdot f_i$$

siendo  $v_i$  el valor medio de la respectiva clase y  $f_i$  la frecuencia relativa de la clase  $i$ .

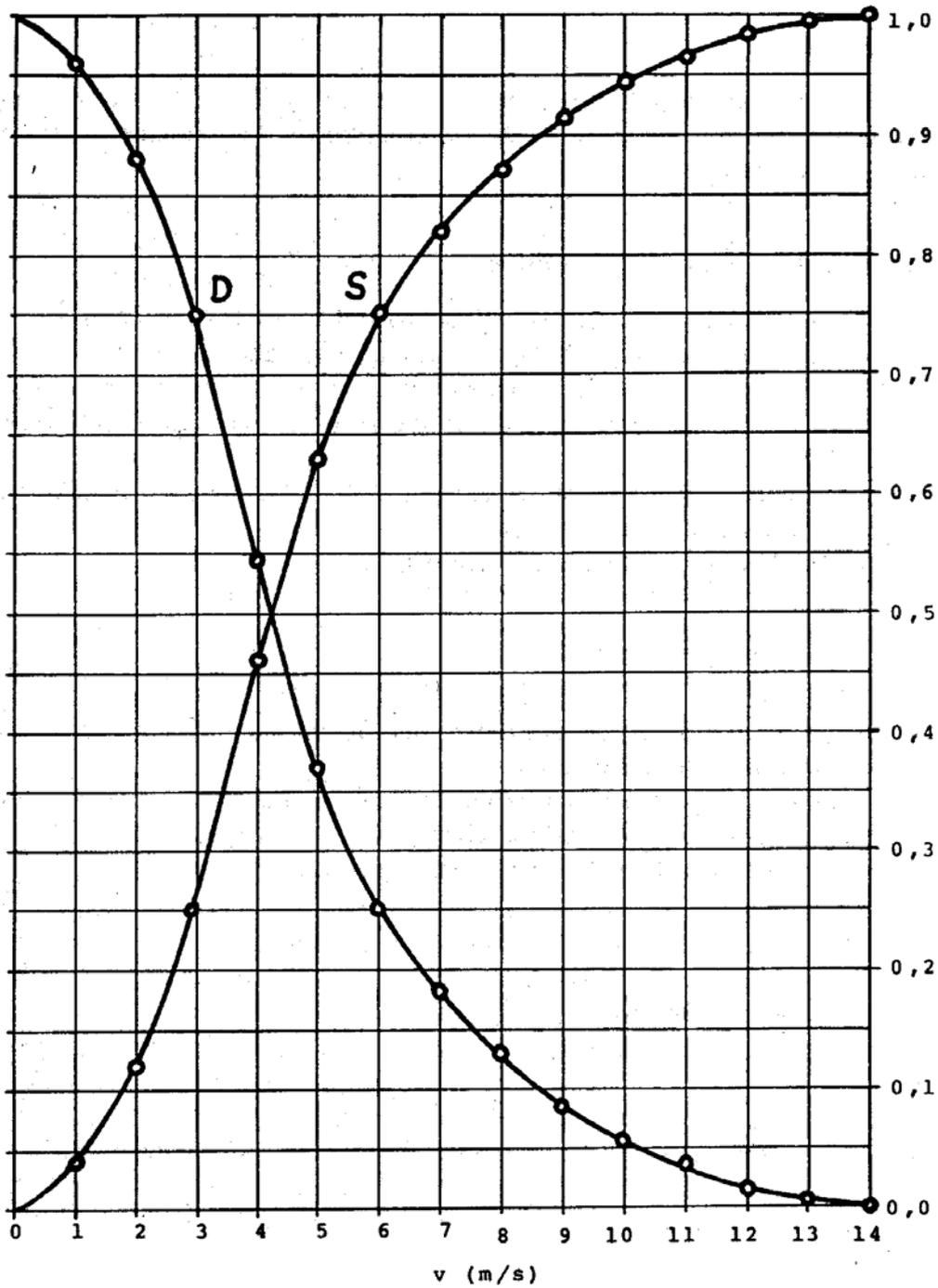
Por ejemplo, el promedio de la distribución de la Fig. 3.4-1 sería:

$$\bar{v} = 0,5 \cdot 0,04 + 1,5 \cdot 0,08 + \dots + 13,5 \cdot 0,005$$

$$= 4,745 \text{ m/s}$$

### Nota

Estas fórmulas para la distribución de frecuencia acumulativa, la curva de caudales clasificados y el promedio sólo son válidas si las clases de velocidad del viento tienen una “anchura” de 1 m/s.



**Fig. 3.4-3**

Distribución de frecuencia acumulativa ( $S$ ) y curva de caudales clasificados ( $D$ ) correspondientes al ejemplo de histograma de vientos de la Fig. 3.4-1

### 3.4.5 La distribución de *Weibull*

El histograma de la distribución de frecuencias de la Fig. 3.4-1 puede ser aproximado por una función matemática llamada ***distribución de Weibull***.

Esta función analítica está definida por dos parámetros. Esto tiene la ventaja de que el clima eólico se puede describir con bastante precisión con sólo dos valores.

La distribución de *Weibull* está definida del siguiente modo:

$$f(v) = \left(\frac{k}{c}\right) \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^{k-1} \cdot e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad (3.4.5.1)$$

donde  $f(v)$  es la frecuencia de la velocidad del viento  $v$ , equivalente a  $f_i$  en el histograma de la distribución de frecuencias.

$c$  [m/s] se denomina ***factor de escala*** y  $k$  [-] ***factor de forma***.

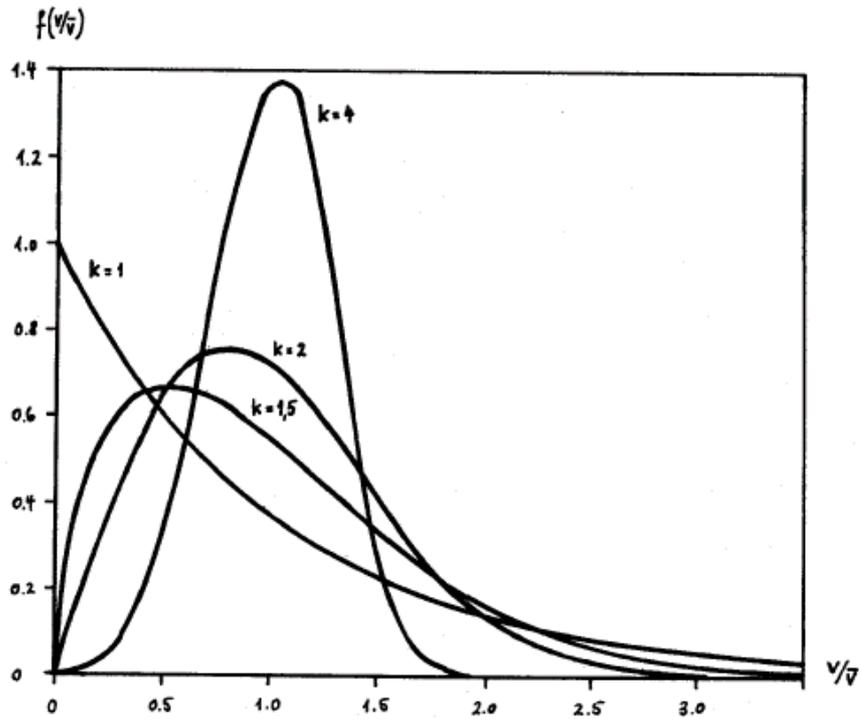
La distribución de frecuencia acumulativa de la distribución de *Weibull* es:

$$S(v) = 1 - e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad (3.4.5.2)$$

y la curva de caudales clasificados:

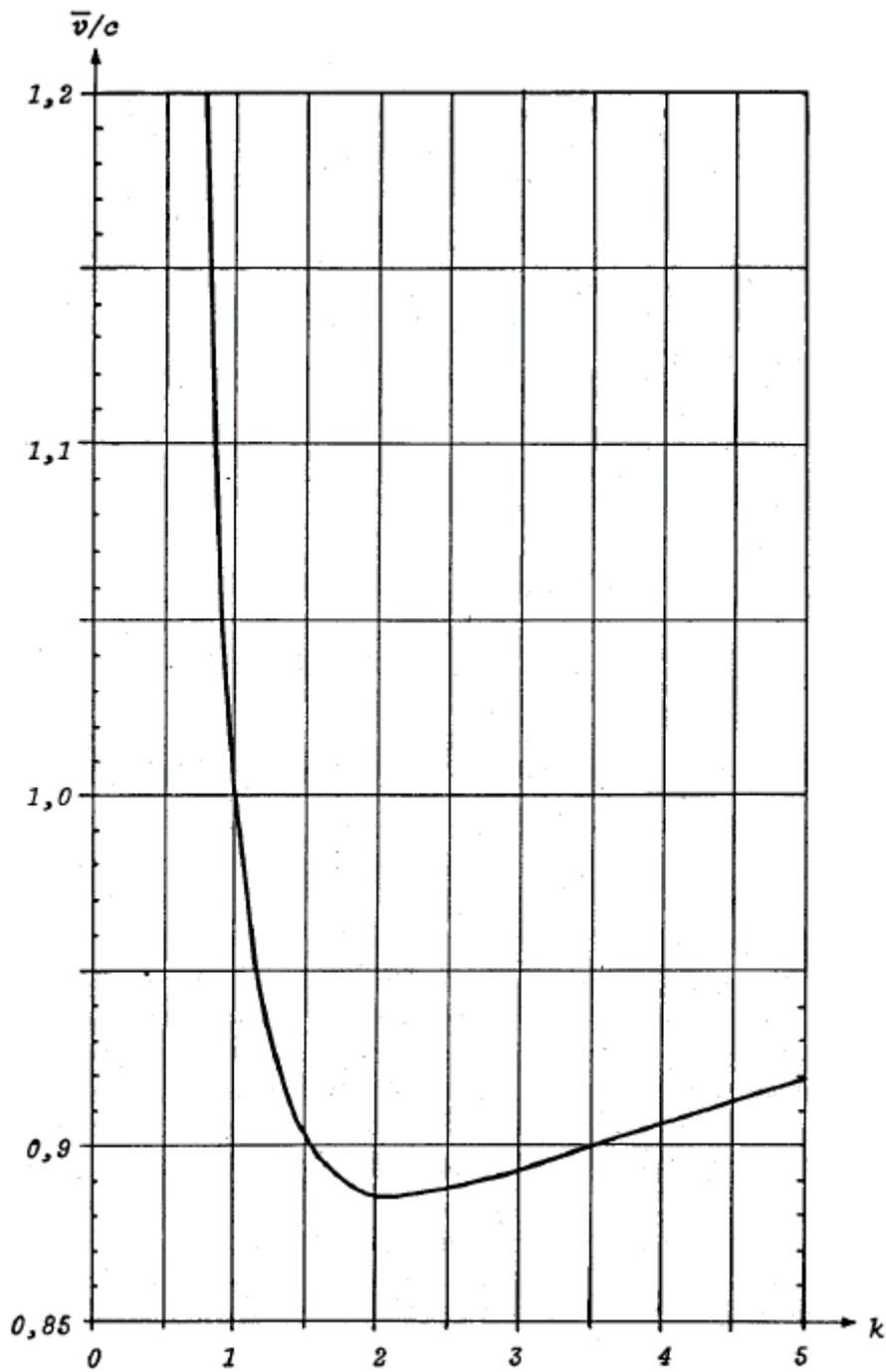
$$D(v) = 1 - S(v) = e^{-\left(\frac{v}{c}\right)^k} \quad (3.4.5.3)$$

La Fig. 3.4-4 muestra la influencia del factor  $k$  en la forma de la distribución de *Weibull*.



**Fig. 3.4-4**  
Influencia del factor  $k$  en la forma de la distribución de *Weibull*.

Entre el factor de escala  $c$  y el valor promedio  $\bar{v}$  de la distribución existe una relación matemáticamente compleja, cuya presentación rompería el marco del presente libro. La Fig. 3.4-5 muestra la relación  $\bar{v}/c$  en función del parámetro de forma  $k$ .

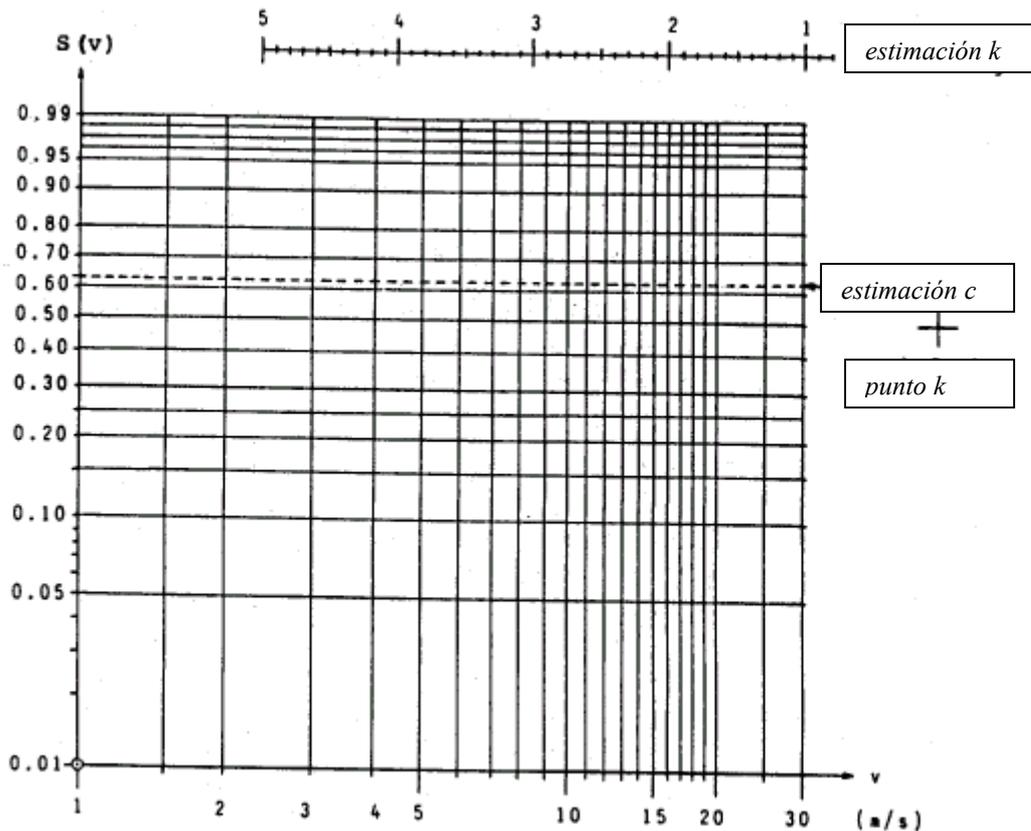


**Fig. 3.4-5**

Relación entre el valor promedio  $\bar{v}$  y los factores  $c$  y  $k$  de la distribución de *Weibull*.

#### **Determinación de los factores $c$ y $k$ de la distribución de *Weibull***

Los factores  $c$  y  $k$  pueden ser determinados con la ayuda de un papel logarítmico especial, llamado *papel Weibull* (Fig. 3.4-6).



**Fig. 3.4-6**  
Papel *Weibull*

El eje vertical contiene la distribución de frecuencia acumulativa y el eje horizontal la velocidad del viento. Si en este papel dibujamos la distribución de frecuencia acumulativa de una distribución de *Weibull* según la ecuación (3.4.5.2), obtendremos una recta (*recta Weibull*).

El valor  $c$  es la velocidad correspondiente al punto de intersección de esta recta con la línea  $S = 0,6321$  (63,21 %), denominada “estimación  $c$ ”.

El valor  $k$  se determina haciendo pasar por el retículo denominado “punto  $k$ ” una línea perpendicular a la recta *Weibull*. El valor  $k$  es el punto en el que esta línea corta la escala denominada “estimación  $k$ ”.

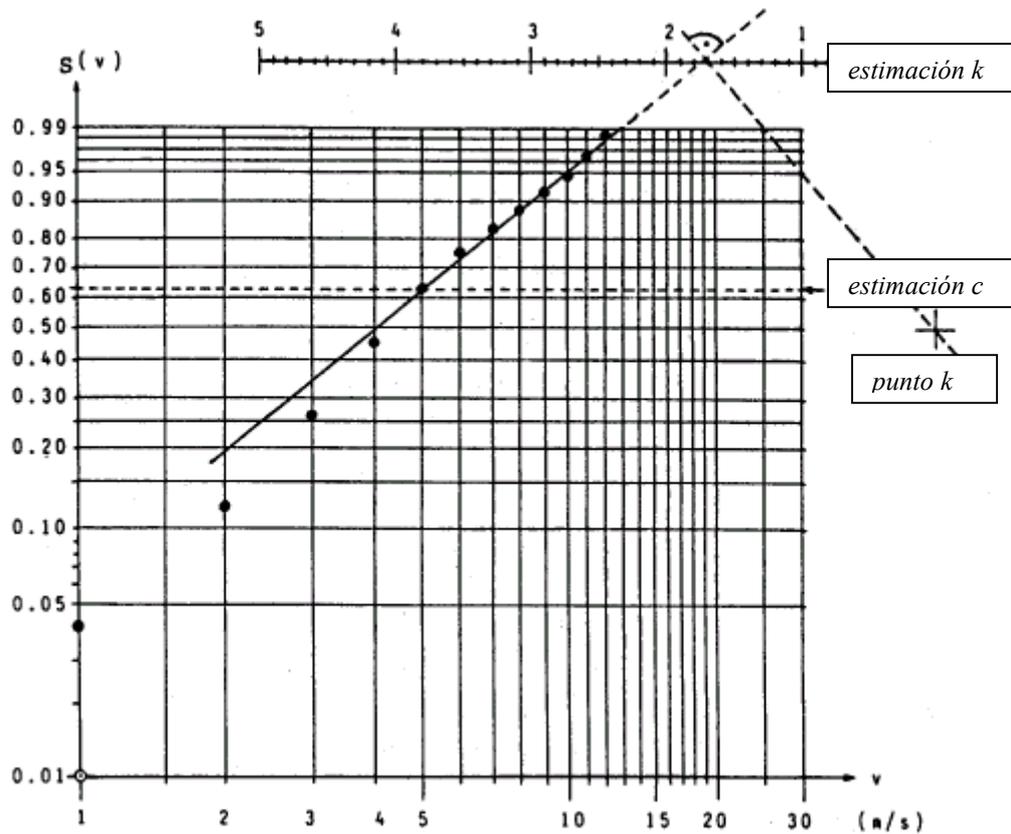
Cuanto más una distribución de frecuencia acumulativa del viento se aleja de la distribución *Weibull*, tanto más los valores de esta distribución dibujados sobre el papel *Weibull* se alejarán de una recta.

En caso de que los puntos introducidos en el papel *Weibull* se alejen pronunciadamente de la recta ideal, se recomienda adaptar con una recta sólo los puntos correspondientes a las velocidades del viento energéticamente interesantes (aprox. entre 5 y 15 m/s).

La Fig. 3.4-7 ilustra la determinación de los factores  $c$  y  $k$  de la distribución *Weibull* correspondiente al ejemplo de histograma de la Fig. 3.4-1:  $c = 5$  m/s y  $k = 1,7$ .

Aunque entre  $c$  y  $k$  matemáticamente no existe ninguna relación (teóricamente, ambos factores pueden adquirir cualquier valor), la experiencia demuestra que los lugares con un factor  $c$  elevado (lugar de vientos intensos) también tendrán un factor  $k$  más pronunciado (entre 2 y 4).

En la práctica, el factor  $c$  oscilará entre aprox. 1 y 12 m/s, mientras  $k$  muy raras veces tendrá valores inferiores a 1 y superiores a 3.



**Fig. 3.4-7**

Determinación de los factores  $c$  y  $k$  de la distribución de *Weibull* correspondiente al histograma de la Fig. 3.4-1

### 3.5 Cálculo de la energía mediante las estadísticas del viento

#### 3.5.1 El potencial energético de un lugar

Una eólica ideal, capaz de aprovechar sin pérdidas todos los vientos entre 0 e  $\infty$  m/s, podría suministrar la siguiente energía específica (energía por unidad de superficie, límite de *Betz*, capítulo 1.2):

$$e_{\max} = \frac{16}{27} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot T \cdot \sum_i v_i^3 \cdot f_i \quad [\text{Wh/m}^2]$$

o

$$e_{\max} = 0,37 \cdot T \cdot \sum_i v_i^3 \cdot f_i \quad [\text{Wh/m}^2] \quad (3.5.1.1)$$

siendo  $T$  [h] el tiempo de validez de la respectiva distribución del viento,  $v_i$  el valor medio de cada clase y  $f_i$  la frecuencia relativa de dicha clase (ver capítulo 3.4.2).

#### Ejemplo:

Con la distribución de la Fig. 3.4-2 se podría obtener la siguiente energía específica anual (1 año = 8760 horas):

$$\begin{aligned} e_{\max} &= 0,37 \cdot 8760 \cdot [0,04 \cdot 0,5^3 + 0,08 \cdot 1,5^3 + \dots + 0,005 \cdot 13,5^3] \\ &= 0,37 \cdot 8760 \cdot 225 \\ &= 730 \text{ kWh/m}^2 \cdot \text{Jahr} \\ &= 730 \text{ kWh/m}^2 \cdot \text{año} \end{aligned}$$

Con una eólica ideal de 5 metros de diámetro, la energía sería:

$$E_{\max} = \frac{\pi \cdot D^2}{4} \cdot e_{\max}$$

$$= 14326 \text{ kWh/año}$$

Si para la descripción del clima eólico disponemos de los factores  $c, k$  de Weibull, la energía específica tendrá que ser calculada analíticamente del siguiente modo:

$$e_{\max} = 0,37 \cdot T \cdot \int_0^{\infty} v^3 \cdot f(v) \cdot dv \quad [\text{Wh/m}^2] \quad (3.5.1.3)$$

siendo  $f(v)$  la distribución de Weibull definida por la ecuación (3.4.5.1).

Por razones que veremos un poco más adelante, resulta más práctico utilizar una potencia específica máxima  $\bar{p}_{\max}$ , que definiremos del siguiente modo:

$$e_{\max} = \bar{p}_{\max} \cdot T \quad [\text{Wh/m}^2] \quad (3.5.1.4)$$

o

$$\bar{p}_{\max} = \frac{e_{\max}}{T} \quad [\text{W/m}^2] \quad (3.5.1.5)$$

Para el ejemplo de más arriba, este valor sería:

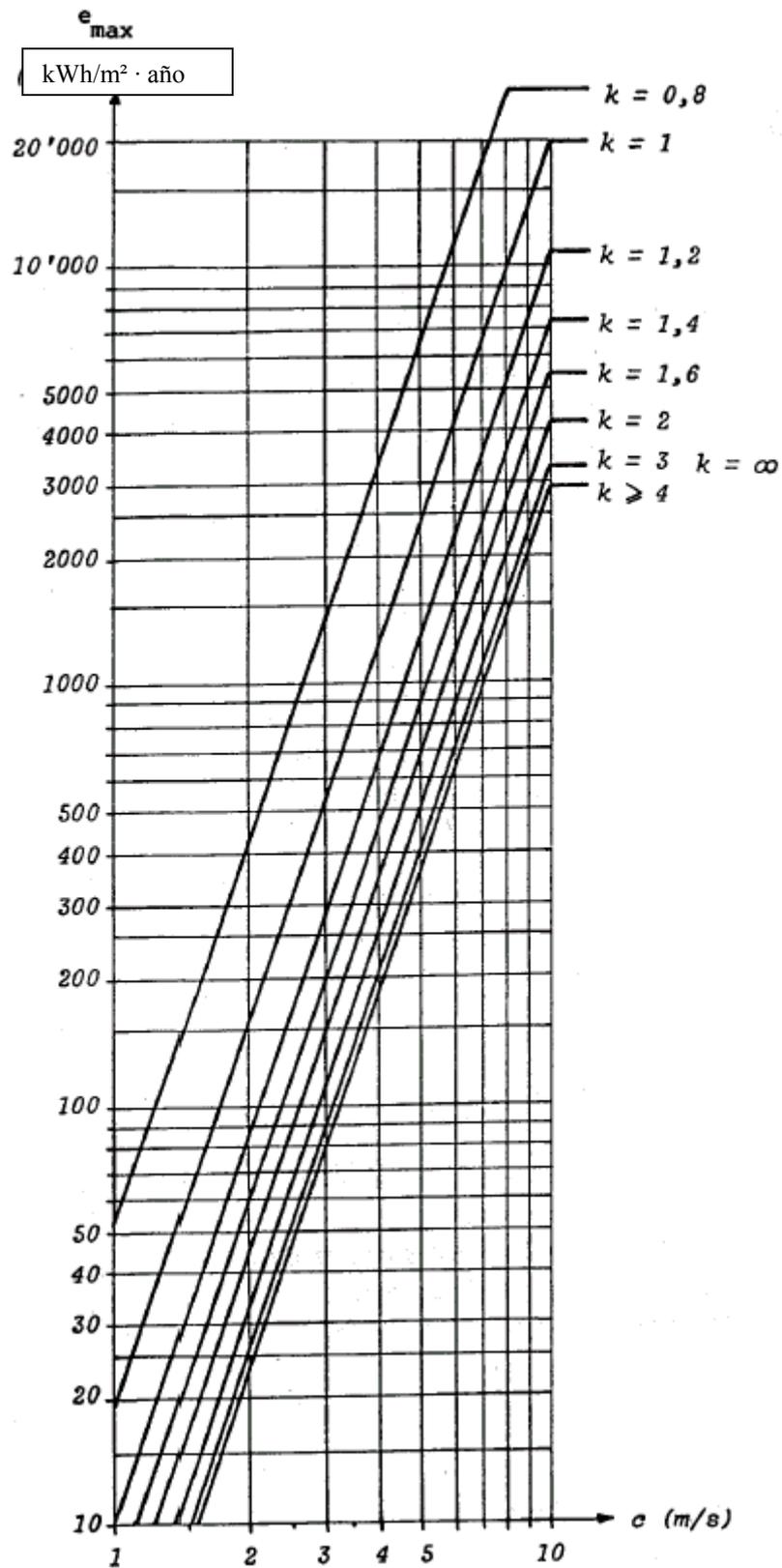
$$\bar{p}_{\max} = \frac{730 \cdot 10^3 \text{ Wh/m}^2}{8760 \text{ h}} \approx 83 \text{ W/m}^2$$

Esta potencia puede ser interpretada como si en el lugar estudiado existiera una fuente inagotable de energía eólica que desarrollara continuamente una potencia de 83 W/m<sup>2</sup>.

De modo análogo podemos definir la potencia máxima absoluta de la eólica ideal:

$$\frac{E_{\max}}{T} = \frac{14326 \text{ kWh}}{8760 \text{ h}} = 1,63 \text{ kW}$$

es decir, nuestra eólica imaginaria suministraría una potencia media de 1,63 kW durante todo el año estudiado.



**Fig. 3.5-1**

Máxima energía anual por unidad de superficie (límite de Betz) en función de los factores Weibull  $c$  y  $k$

De las ecuaciones (3.5.1.1) y (3.5.1.5) se desprende:

$$\bar{P}_{\max} = 0,37 \cdot \sum_i v_i^3 \cdot f_i \quad [\text{W/m}^2] \quad (3.5.1.6)$$

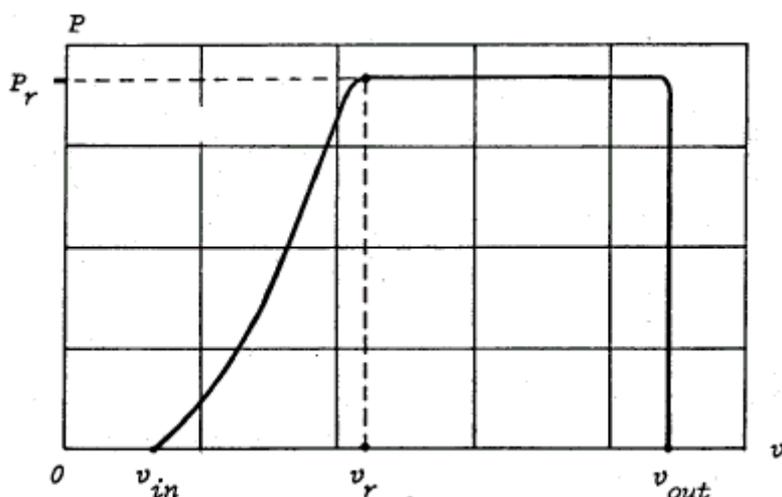
o, si trabajamos con *Weibull*:

$$\bar{P}_{\max} = 0,37 \int_0^{\infty} v^3 \cdot f(v) \cdot dv \quad [\text{W/m}^2] \quad (3.5.1.7)$$

La Fig. 3.5-1 representa el potencial máximo de energía eólica de un lugar según la ecuación (3.5.1.3) en función de los factores *Weibull*  $c$  y  $k$ .

### 3.5.2 La producción de energía de un aerogenerador

A continuación la típica curva de potencia  $P(v)$  de un aerogenerador moderno:



Por debajo de un determinado valor de la velocidad del viento  $v_{in}$  (umbral), la eólica no produce energía. A partir de ahí, la potencia va aumentando con la velocidad del viento hasta alcanzar su potencia nominal  $P_r$  (del inglés *rated power*) bajo una determinada velocidad  $v_r$ , llamada *velocidad nominal del viento*. Para vientos superiores al valor nominal, la potencia deberá ser mantenida constante. En los aerogeneradores modernos, esto se realiza modificando el ángulo de ataque de las palas, aunque existen otros procedimientos. A partir de una velocidad peligrosa ( $v_{out}$ ) para la instalación (vientos huracanados), la eólica deberá ser parada y sacada del viento para evitar que la presión del viento dañe las palas.

Para una distribución del viento conocida, la energía del aerogenerador se calcula del siguiente modo:

$$E = T \cdot \sum_i P(v_i) \cdot f_i \quad [\text{Wh}] \quad (3.5.2.1)$$

siendo  $P(v_i)$  el valor correspondiente de la curva de potencia del aerogenerador a la velocidad  $v_i$ .

La Fig. 3.5-2 muestra la curva de potencia de un aerogenerador de 8 kW, instalado en un lugar con la distribución del viento de la Fig. 3.4-1.

La producción anual de energía del aerogenerador es igual a la superficie total del histograma  $T \cdot P(v_i) \cdot f_i$  y se calcula con la ecuación (3.5.2.1):

$$E \approx 8700 \text{ kWh}$$

La potencia media del ejemplo de aerogenerador instalado en este lugar sería:

$$\bar{P} = \frac{8700 \cdot 10^3 \text{ Wh}}{8760 \text{ h}} = 995 \text{ W}$$

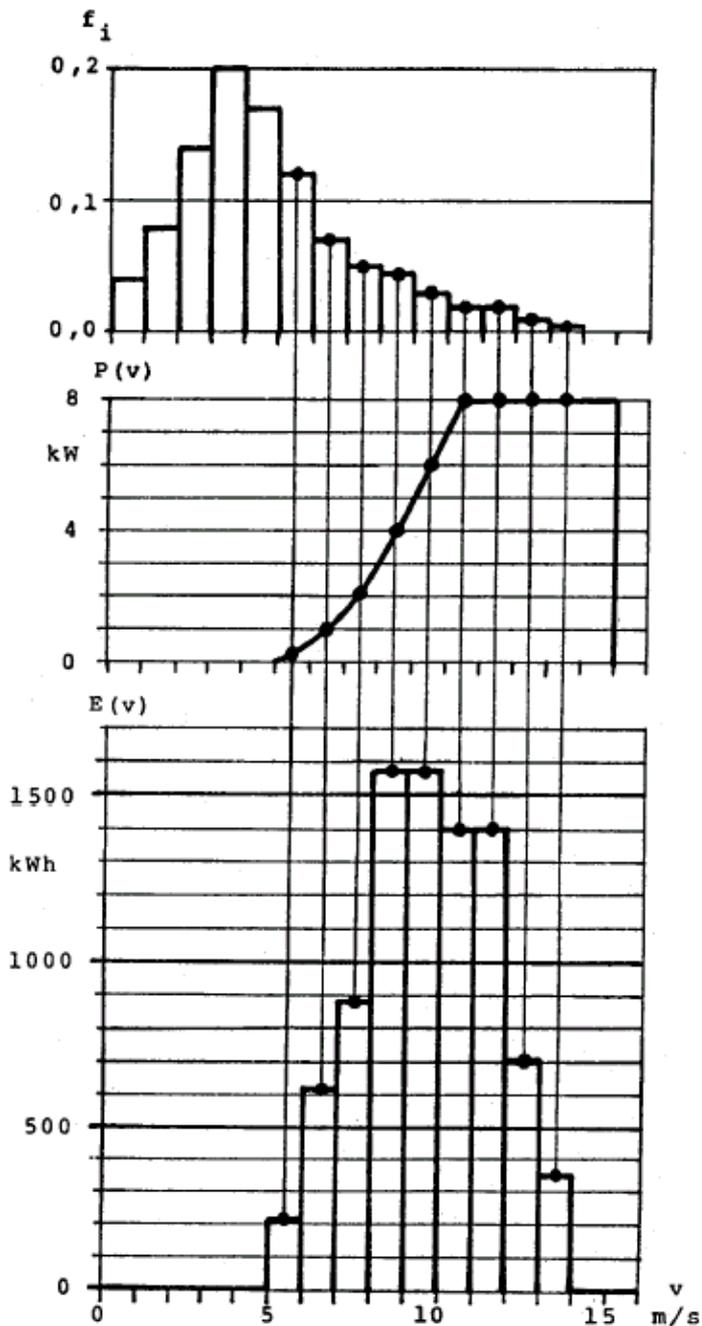
es decir, en promedio el aerogenerador trabajaría a aprox. 12% de su potencia nominal (8 kW).

En la Fig. 3.5-2 también podemos ver que el aerogenerador generará su mayor energía a velocidades del viento comprendidas entre 8 y 12 m/s, lo cual, desgraciadamente, tiene el inconveniente de que estos vientos energéticamente interesantes son poco frecuentes en el lugar que estamos estudiando.

El aerogenerador en este ejemplo empieza a producir energía a velocidades del viento superiores a 5 m/s ( $v_{in}$ ). Con la distribución de frecuencia acumulada ( $S$ ) representada en la Fig. 3.4-3, podremos determinar fácilmente el número de horas al año durante las cuales el aerogenerador no producirá energía:

$$T_{paro} = 0.63 \cdot 8760 \text{ h} = 5519 \text{ h}$$

es decir, en el lugar estudiado, este aerogenerador sólo produciría energía durante el 37% del tiempo.



**Fig. 3.5-2**

Ejemplo de cálculo de la energía producida por un aerogenerador (curva inferior) conociendo el histograma de la velocidad del viento (curva superior) y la característica potencia versus velocidad del viento del aerogenerador (curva central)

Obviamente, la distribución de la frecuencia del viento no nos revelará **cuándo** el aerogenerador no producirá energía. Para evaluar en qué meses y/o a qué hora del día el aerogenerador está parado se precisarían datos estadísticos más detallados.

Si conocemos los factores *Weibull*  $c$ ,  $k$  del lugar, la energía que el aerogenerador produce durante un determinado tiempo  $T$  deberá calcularse del siguiente modo:

$$\bar{P} = \int_{v_{in}}^{v_{out}} P(v) \cdot f(v) \cdot dv \quad [\text{W}] \quad (3.5.2.3)$$

donde  $P(v)$  es la distribución de *Weibull* definida por la ecuación (3.4.5.1).

Con el fin de ahorrarle a nuestras amables lectoras y lectores la solución de tan penosa integral, hemos calculado la potencia específica media de un aerogenerador con curva de potencia idealizada en función de los factores *Weibull*  $c, k$ . Cada diagrama es válido para distintos parámetros del aerogenerador ( $v_r$  = velocidad nominal y  $v_{in}$  = velocidad de “arranque”). Para todos los aerogeneradores hemos asumido  $v_{out} = \infty$ , ya que por regla general los vientos de esta magnitud serán poco frecuentes.

Estos diagramas están representados en las figuras 3.5-3 y 3.5-4.

La curva de potencia idealizada (representada al pie de las figuras 3.5-3 y 3.5-4) fue definida de tal modo, que entre  $v_{in}$  y  $v_r$  la potencia del aerogenerador aumenta de forma lineal y que para vientos superiores a  $v_r$  es mantenida constante (generalmente modificando la posición de las palas, ver secciones 1 y 2). Como rendimiento total del aerogenerador hemos asumido un 27% (equivalente a un coeficiente de potencia  $c_p = 0,16$ ).

Según la ecuación (1.5.1), la potencia específica nominal del aerogenerador es:

$$p_r = 0,37 \cdot \eta \cdot v_r^3 \quad [\text{W/m}^2]$$

o, con  $\eta = 0,27$

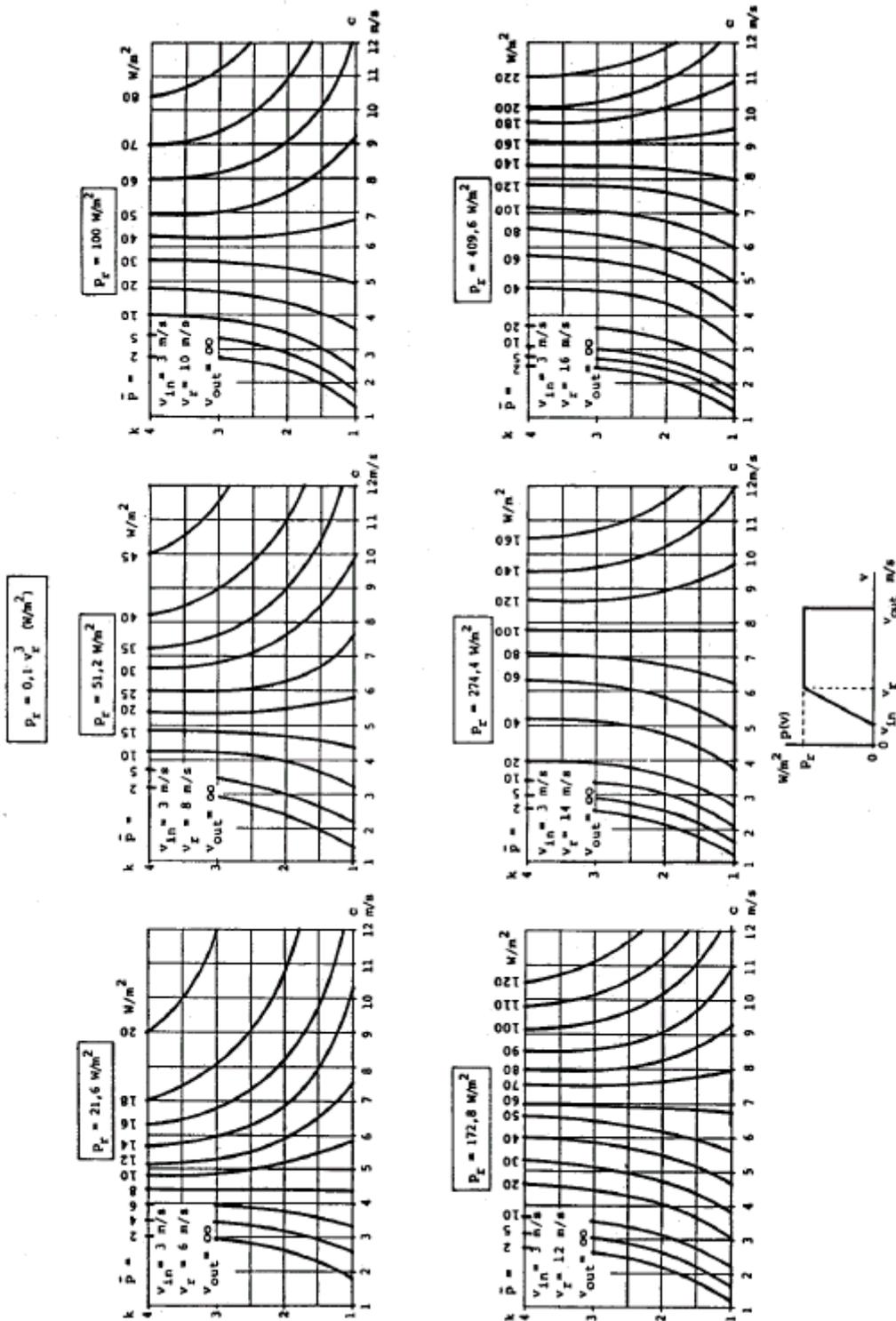
$$p_r = 0,1 \cdot v_r^3 \quad [\text{W/m}^2]$$

De modo general, podemos escribir:

$$p_r = \kappa \cdot v_r^3 \quad (3.5.2.4)$$

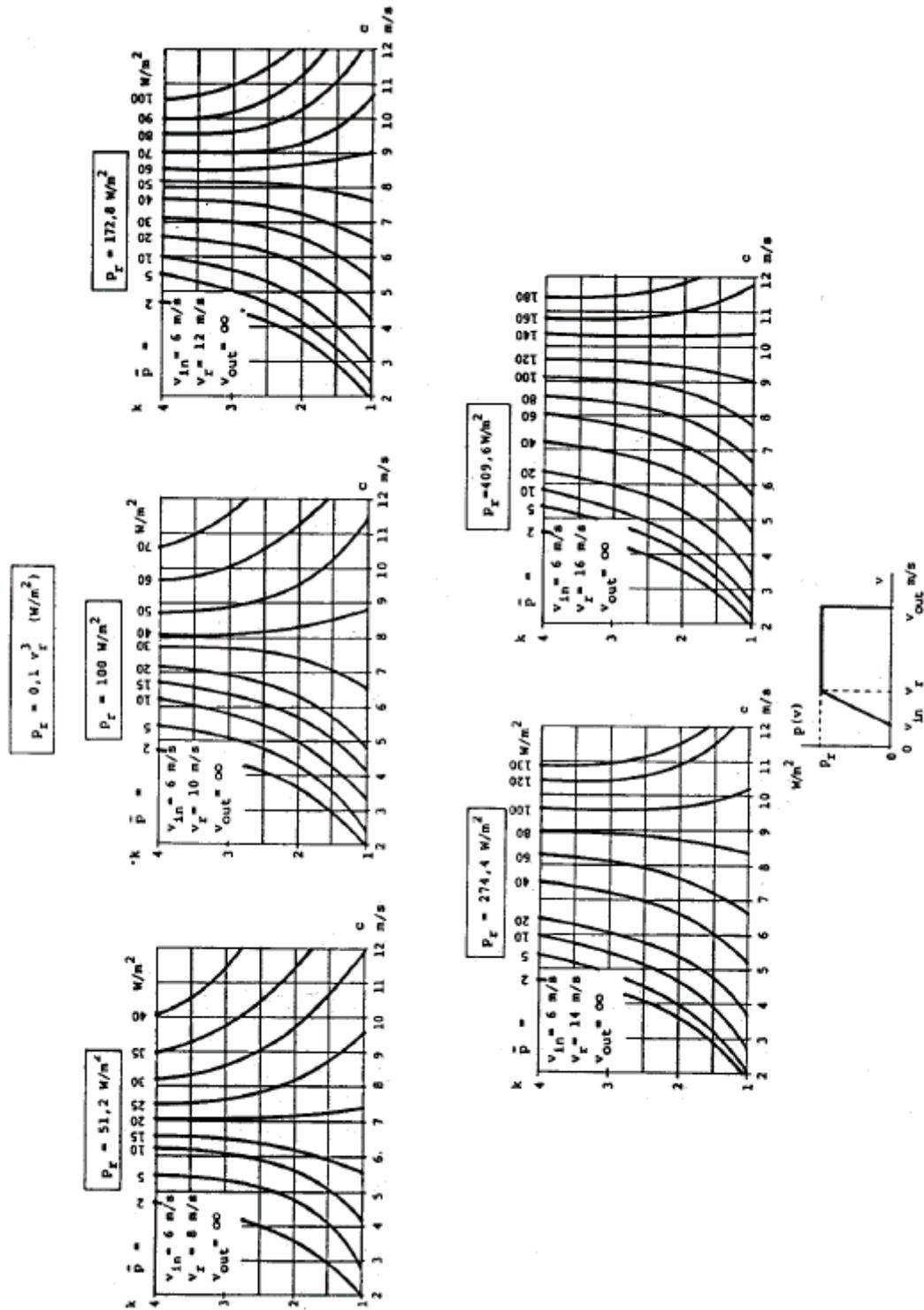
Como ya hemos dicho, los diagramas de las figuras 3.5-3 y 3.5-4 son válidos para  $\kappa = 0,1$ . Si conocemos la curva de potencia de un aerogenerador de potencia nominal  $P_r$  y la superficie de su rotor, el factor  $\kappa$  de este aerogenerador puede ser determinado de inmediato:

$$\kappa_a = \frac{P_r}{F \cdot v_r^3} \quad (3.5.2.5)$$



**Fig. 3.5-3**

Potencia específica media de un aerogenerador con curva de potencia idealizada para diferentes valores de los factores de Weibull  $c$  y  $k$  y velocidades nominales del ciento  $v_c$  ( $v_{in} = 3 \text{ m/s}$ ,  $v_{out} = \infty$ ) (eólicas lentas)



**Fig. 3.5-4**

Potencia específica media de un aerogenerador con curva de potencia idealizada para diferentes valores de los factores de Weibull  $c$  y  $k$  y velocidades nominales del ciento  $v_z$  ( $v_{in} = 6$  m/s,  $v_{out} = \infty$ ) (eólicas rápidas)

Si  $\kappa_a$  es distinto de 0,1, el valor  $\bar{p}$  obtenido en el respectivo diagrama deberá ser multiplicado por la relación

$$\kappa_a/0,1 = 10 \cdot \kappa_a$$

De modo que la energía producida durante el tiempo  $T$  de validez de los factores *Weibull*  $c, k$  será:

$$E = 10 \cdot \kappa_a \cdot T \cdot \bar{p} \cdot F \quad [\text{Wh}] \quad (3.5.2.6)$$

o, teniendo en cuenta la expresión (3.5.2.5):

$$E = \frac{10 \cdot P_r \cdot T}{v_r^3} \cdot \bar{p} \quad [\text{Wh}] \quad (3.5.2.7)$$

siendo  $\bar{p}$  el valor evaluado con los diagramas de las figuras 3.5-3 y 3.5-4 para los correspondientes factores *Weibull*  $c$  y  $k$ .

La curva de potencia de diferentes aerogeneradores que hemos estudiado no difieren notablemente de la forma idealizada asumida. En la práctica, el factor  $\kappa_a$  oscila entre 0,05 y 0,25. Obviamente, en un aerogenerador moderno de alta tecnología, con un sistema de adaptación continua de las palas, este factor alcanzará el límite superior.

Los **diagramas  $c, k, p$**  válidos para  $v_{in} = 3$  m/s (Fig. 3.5-3) están pensados para eólicas lentas con múltiples palas, que ya empiezan a producir energía bajo vientos  $> 3$  m/s. Como ya hemos mencionado en repetidas ocasiones, los aerogeneradores modernos con pocas palas (generalmente 2 o 3) necesitan velocidades del viento entre 5 y 6 m/s para empezar a generar energía.

Como ejemplo, volvamos a contemplar el ejemplo de aerogenerador de 8 kW, cuya curva de potencia se halla representada en la Fig. 3.5-2 ( $v_{in} = 5,5$  m/s,  $v_r = 10,5$  m/s,  $P_r = 8 \cdot 10^3$  W)

Los factores *Weibull* de la distribución del viento del lugar calculados en el capítulo 3.4.5 son  $c = 5$  m/s y  $k = 1,7$ .

En el diagrama correspondiente a  $v_{in} = 6$  m/s,  $v_r = 10$  m/s, para estos dos factores *Weibull* encontramos una potencia específica media de

$$\bar{p} \approx 13 \text{ W/m}^2$$

Introduciendo este valor en la ecuación (3.5.2.7), la producción anual previsible en el lugar contemplado será de

$$E = \frac{10 \cdot 8 \cdot 10^3 \cdot 8760}{10,5^3} \cdot 13 = \underline{7800 \text{ kWh}}$$

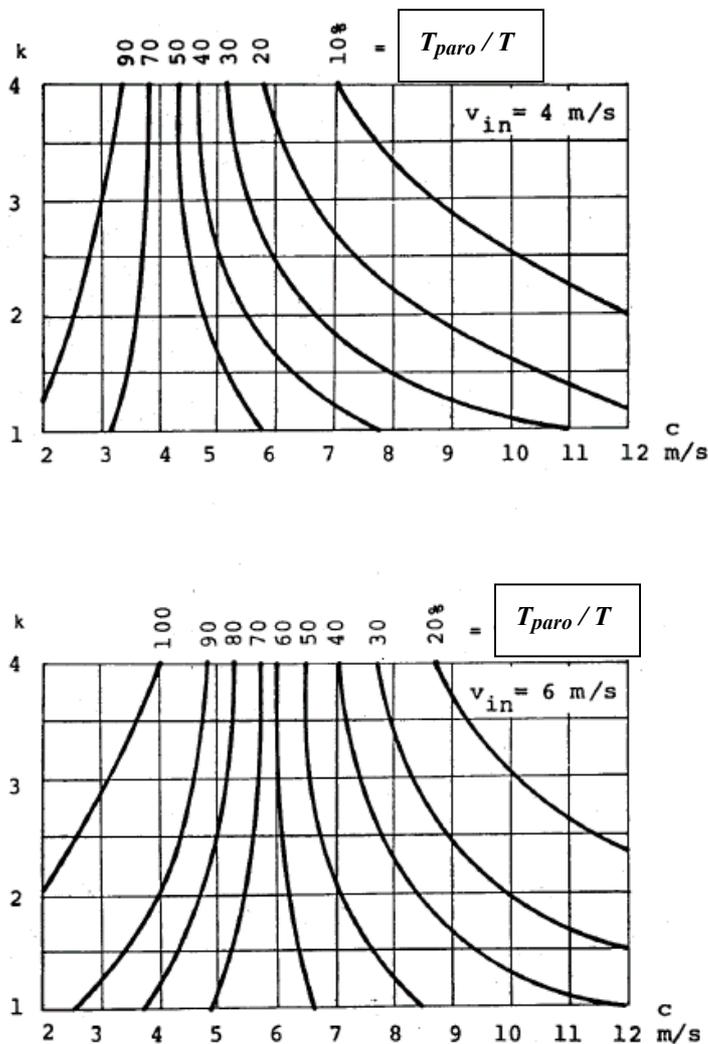
Como podemos ver, este resultado –calculado a partir de los factores *Weibull*- sólo difiere aprox. un 10% del valor que calculamos a partir de la distribución de frecuencia del viento (8700 kWh/año).

Esta diferencia es normal, ya que la distribución de *Weibull* no se adapta perfectamente a la distribución medida, de modo que el cálculo de la energía correspondiente a las diferentes clases no es del todo exacto.

Además, el aerogenerador de nuestro ejemplo empieza a producir a  $v_{in} = 5,5$  m/s y no a 6 m/s, y su velocidad nominal es  $v_r = 10,5$  m/s y no 10 m/s, de modo que su energía será algo superior a los 7800 kWh calculados.

De todas formas, no hay que olvidar que todo el cálculo de la energía eólica previsible no es más que un **cálculo de probabilidades**.

En la Fig. 3.5-5 presentamos dos diagramas, mediante los cuales se puede estimar directamente –conociendo los factores *Weibull*  $c, k$ - el porcentaje del tiempo total durante el cual la eólica previsiblemente no producirá energía. El diagrama de arriba está pensado para eólicas lentas ( $v_{in} = 4$  m/s) mientras el de abajo podrá ser utilizado para aerogeneradores rápidos ( $v_{in} = 6$  m/s).



**Fig. 3.5-5**

Estimación del tiempo durante el cual la eólica previsiblemente no producirá energía

El aerogenerador contemplado en nuestro ejemplo tiene una velocidad de “arranque” de 5,5 m/s. Para los factores Weibull  $c = 5$  m/s y  $k = 1.7$ , la Fig. 3.5-5 nos suministrará:

$$\begin{aligned} \text{para } v_{in} = 4 \text{ m/s:} & \quad T_{\text{paro}} / T \rightarrow 50\% = 0,5 \\ \text{para } v_{in} = 6 \text{ m/s:} & \quad T_{\text{paro}} / T \rightarrow 74\% = 0,74 \end{aligned}$$

Para  $v_{in} = 5,5$  m/s, el valor interpolado es 68%, de modo que nuestro aerogenerador previsiblemente no produciría energía durante  $0,68 \cdot 8760 \text{ h} = 5957$  horas.

Este valor difiere aprox. un 8 % del que habíamos calculado en el capítulo 3.5.2 (5519 h) a partir del histograma del viento.

Como vemos, la aproximación con la distribución de *Weibull* es aceptablemente precisa.

Si de un determinado lugar conocemos los factores *Weibull* de cada mes, podremos determinar la energía previsible mediante el método representado esquemáticamente en la Fig. 3.5-6.

Teniendo en cuenta que en la práctica el factor de forma de *Weibull* oscila entre los valores  $1.5 < k < 2.5$ , en la tabla de la Fig. 3.5-7 hemos calculado un factor  $\xi$ , que permite estimar aún más rápidamente la energía anual que podría generar un aerogenerador en función del factor de escala de Weibull  $c$  [m/s] y de los valores característicos del aerogenerador ( $v_{in}$  y  $v_r$ ).

$$E_{\text{anual}} = \xi \cdot P_r \cdot 8700 \text{ [Wh]} \quad (3.6.3.2)$$

siendo  $P_r$  la potencia nominal del aerogenerador [W] y 8700 las horas que contiene un año.

Veamos de nuevo el ejemplo de aerogenerador de 8 kW, cuya curva de potencia se halla representada en la Fig. 3.5-2 ( $v_{in} = 5,5$  m/s,  $v_r = 10,5$  m/s,  $P_r = 8 \cdot 10^3$  W,  $c = 5$  m/s,  $k = 1,7$ ).

Para estos valores característicos del aerogenerador y de *Weibull*, en la tabla de la Fig. 3.5-7 hallaremos (interpolando):

$$\xi = \text{aprox. } 0,12$$

o

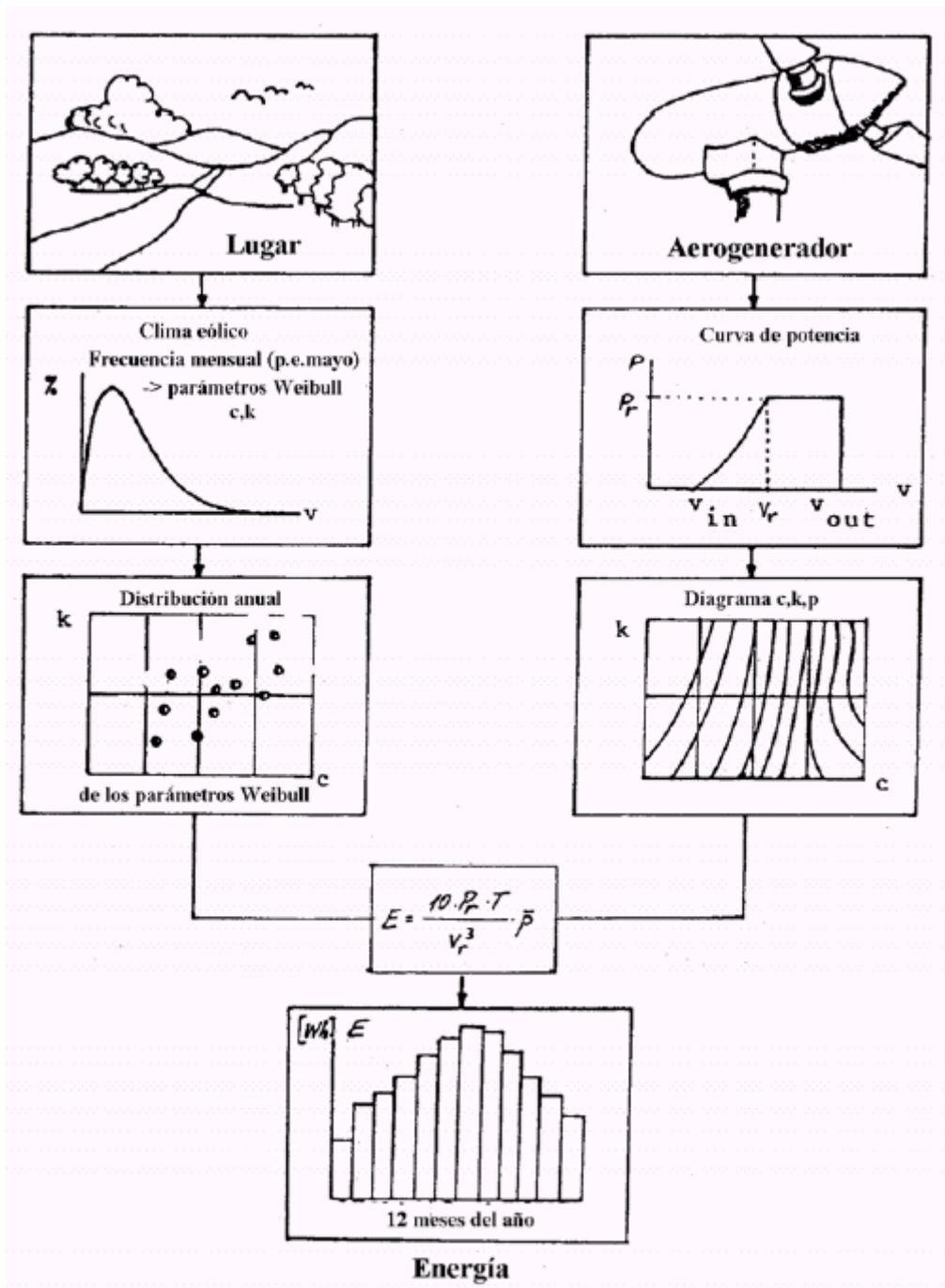
$$E_{\text{anual}} = 0,12 \cdot 8000 \cdot 8700 = 8.352.000 \text{ Wh/año} = 8352 \text{ kWh/año}$$

resultado que sólo difiere aprox. un 4 % del valor que calculamos a partir de la distribución de frecuencia del viento (8700 kWh/año).

		$c$ [m/s]														
		5			6			7			8			9		
		$v_r = 8$ m/s														
		$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]		
$v_{in}$ [m/s]		1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5
3		<b>0,33</b>	<b>0,33</b>	<b>0,33</b>	<b>0,42</b>	<b>0,44</b>	<b>0,46</b>	<b>0,51</b>	<b>0,55</b>	<b>0,58</b>	<b>0,57</b>	<b>0,65</b>	<b>0,66</b>	<b>0,61</b>	<b>0,73</b>	<b>0,72</b>
4		<b>0,28</b>	<b>0,28</b>	<b>0,28</b>	<b>0,37</b>	<b>0,38</b>	<b>0,37</b>	<b>0,45</b>	<b>0,49</b>	<b>0,50</b>	<b>0,52</b>	<b>0,59</b>	<b>0,60</b>	<b>0,57</b>	<b>0,67</b>	<b>0,67</b>
5		<b>0,23</b>	<b>0,23</b>	<b>0,23</b>	<b>0,33</b>	<b>0,32</b>	<b>0,31</b>	<b>0,41</b>	<b>0,42</b>	<b>0,44</b>	<b>0,48</b>	<b>0,52</b>	<b>0,55</b>	<b>0,53</b>	<b>0,60</b>	<b>0,62</b>
6		<b>0,19</b>	<b>0,19</b>	<b>0,19</b>	<b>0,28</b>	<b>0,26</b>	<b>0,24</b>	<b>0,37</b>	<b>0,37</b>	<b>0,38</b>	<b>0,44</b>	<b>0,47</b>	<b>0,49</b>	<b>0,49</b>	<b>0,54</b>	<b>0,57</b>
		$v_r = 10$ m/s														
		$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]		
$v_{in}$ [m/s]		1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5
3		<b>0,27</b>	<b>0,26</b>	<b>0,24</b>	<b>0,35</b>	<b>0,36</b>	<b>0,35</b>	<b>0,43</b>	<b>0,45</b>	<b>0,46</b>	<b>0,50</b>	<b>0,53</b>	<b>0,55</b>	<b>0,56</b>	<b>0,59</b>	<b>0,61</b>
4		<b>0,22</b>	<b>0,19</b>	<b>0,17</b>	<b>0,31</b>	<b>0,29</b>	<b>0,28</b>	<b>0,38</b>	<b>0,39</b>	<b>0,40</b>	<b>0,46</b>	<b>0,48</b>	<b>0,50</b>	<b>0,53</b>	<b>0,55</b>	<b>0,57</b>
5		<b>0,18</b>	<b>0,15</b>	<b>0,12</b>	<b>0,27</b>	<b>0,24</b>	<b>0,22</b>	<b>0,34</b>	<b>0,33</b>	<b>0,33</b>	<b>0,42</b>	<b>0,42</b>	<b>0,44</b>	<b>0,49</b>	<b>0,50</b>	<b>0,52</b>
6		<b>0,15</b>	<b>0,10</b>	<b>0,07</b>	<b>0,23</b>	<b>0,18</b>	<b>0,16</b>	<b>0,30</b>	<b>0,28</b>	<b>0,27</b>	<b>0,38</b>	<b>0,37</b>	<b>0,39</b>	<b>0,44</b>	<b>0,45</b>	<b>0,47</b>
		$v_r = 12$ m/s														
		$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]		
$v_{in}$ [m/s]		1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5
3		<b>0,22</b>	<b>0,20</b>	<b>0,18</b>	<b>0,30</b>	<b>0,28</b>	<b>0,27</b>	<b>0,38</b>	<b>0,37</b>	<b>0,37</b>	<b>0,44</b>	<b>0,46</b>	<b>0,46</b>	<b>0,49</b>	<b>0,53</b>	<b>0,54</b>
4		<b>0,17</b>	<b>0,15</b>	<b>0,13</b>	<b>0,25</b>	<b>0,24</b>	<b>0,22</b>	<b>0,33</b>	<b>0,32</b>	<b>0,32</b>	<b>0,40</b>	<b>0,41</b>	<b>0,40</b>	<b>0,45</b>	<b>0,47</b>	<b>0,49</b>
5		<b>0,14</b>	<b>0,12</b>	<b>0,08</b>	<b>0,22</b>	<b>0,18</b>	<b>0,16</b>	<b>0,30</b>	<b>0,27</b>	<b>0,26</b>	<b>0,36</b>	<b>0,35</b>	<b>0,35</b>	<b>0,41</b>	<b>0,42</b>	<b>0,43</b>
6		<b>0,11</b>	<b>0,07</b>	<b>0,05</b>	<b>0,19</b>	<b>0,14</b>	<b>0,12</b>	<b>0,27</b>	<b>0,22</b>	<b>0,21</b>	<b>0,33</b>	<b>0,30</b>	<b>0,29</b>	<b>0,38</b>	<b>0,37</b>	<b>0,37</b>
		$v_r = 14$ m/s														
		$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]			$k$ [-]		
$v_{in}$ [m/s]		1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5	1.5	2	2.5
3		<b>0,18</b>	<b>0,16</b>	<b>0,15</b>	<b>0,25</b>	<b>0,23</b>	<b>0,22</b>	<b>0,32</b>	<b>0,31</b>	<b>0,30</b>	<b>0,38</b>	<b>0,38</b>	<b>0,38</b>	<b>0,44</b>	<b>0,44</b>	<b>0,45</b>
4		<b>0,15</b>	<b>0,12</b>	<b>0,11</b>	<b>0,21</b>	<b>0,19</b>	<b>0,18</b>	<b>0,28</b>	<b>0,27</b>	<b>0,24</b>	<b>0,35</b>	<b>0,34</b>	<b>0,33</b>	<b>0,41</b>	<b>0,41</b>	<b>0,41</b>
5		<b>0,12</b>	<b>0,08</b>	<b>0,07</b>	<b>0,17</b>	<b>0,15</b>	<b>0,12</b>	<b>0,24</b>	<b>0,22</b>	<b>0,19</b>	<b>0,31</b>	<b>0,29</b>	<b>0,28</b>	<b>0,37</b>	<b>0,36</b>	<b>0,36</b>
6		<b>0,09</b>	<b>0,06</b>	<b>0,03</b>	<b>0,15</b>	<b>0,12</b>	<b>0,08</b>	<b>0,22</b>	<b>0,18</b>	<b>0,14</b>	<b>0,28</b>	<b>0,25</b>	<b>0,22</b>	<b>0,33</b>	<b>0,31</b>	<b>0,31</b>
		5			6			7			8			9		
		$c$ [m/s]														

**Fig. 3.5-7**

Factor  $\xi$  para la estimación rápida de la energía que puede suministrar un aerogenerador durante un año conociendo los factores de *Weibull*



**Fig. 3.5-6**

Esquema para la determinación de la distribución de la energía anual si se conocen los factores *Weibull* mensuales.

### 3.6 Cálculo de los valores característicos del aerogenerador a partir del clima eólico

#### 3.6.1 Velocidad nominal del viento

Diversos estudios han mostrado que la velocidad nominal óptima de un aerogenerador ( $v_r$ ) debería ser 1,5 – 2 superior a la velocidad media del viento en el lugar contemplado:

$$1,5 \cdot \bar{v} \leq v_{r, \text{opt}} \leq 2 \cdot \bar{v} \quad [\text{m/s}] \quad (3.6.1.1)$$

Si conocemos los factores *Weibull* medidos durante un periodo prolongado -al tratarse de una estimación- tranquilamente podremos escribir:

$$1,5 \cdot c \leq v_{r, \text{opt}} \leq 2 \cdot c \quad (3.6.1.2)$$

Para las velocidades de conexión  $v_{\text{in}}$  y de desconexión  $v_{\text{out}}$  del aerogenerador, [Lysen] recomienda los siguientes valores:

$$v_{\text{in}} = 0,6 c$$

$$v_{\text{out}} = 3,7 c \text{ o superior}$$

[Lysen] también recomienda que la velocidad nominal  $v_r$  del aerogenerador no debe ser superior a tres veces su velocidad de conexión  $v_{\text{in}}$ .

#### 3.6.2 Superficie del rotor

Según la ecuación (3.5.2.6), la superficie requerida del rotor puede ser expresada del siguiente modo:

$$F = \frac{E}{10 \cdot \kappa_a \cdot T \cdot \bar{p}}$$

Para  $E$  introduciremos la energía [Wh/año] que deseamos cosechar, para  $\kappa_a$  el valor 0,1 (*worst case*, ver capítulo 3.5.2) y para  $T$  el tiempo de validez de los datos del clima eólico (generalmente 1 año = 8760 horas).

Una vez estimado el valor  $v_{r, \text{opt}}$  con las ecuaciones (3.6.1.1) o (3.6.1.2), el valor  $\bar{p}$  [W/m<sup>2</sup>] puede ser estimado con la ayuda de los diagramas de las figuras 3.5-3 y 3.5-4, según se trate de una eólica lenta o rápida.

#### 3.6.3 Potencia nominal

Ahora podemos calcular la potencia nominal del aerogenerador con la ecuación (3.5.2.5):

$$P_r = 0,1 \cdot F \cdot v_{r \text{ opt}}^3 \quad [\text{W}]$$

(3.6.3.1)

Marca, tipo	$P_r$ [W]	$D$ [m]	$v_r$ [m/s]	$F$ [m <sup>2</sup> ]	$\alpha_a$ [—]	$\eta_r$ [%]
Aerowatt 60-7	60	1,34	7,0	1,41	0,12	32
Aerowatt 150-7	150	2,0	7,0	3,14	0,14	38
Aerowatt 400-7	400	3,2	7,0	8,04	0,15	40
Elektromat	20000	10,0	11,0	78,5	0,19	51
ISEA 10	10000	6,0	11,8	28,3	0,21	56
Elektro	5000	5,0	10,2	19,6	0,24	65
Windvang 65.8	8000	6,5	11,0	32,2	0,18	48
Windvang 80.15	15000	8,0	12,0	50,2	0,17	46

Fig. 3.6-1

Datos típicos de algunos aerogeneradores comerciales (1986)

## Bibliografie

*Betz, A.:*

Windenergie und ihre Ausnutzung durch Windmühlen. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht 1926. Nachdruck: Grebenstein: OEKO-Buchverlag 1982

*Ginsburg, Th.; Franquesa, M.:*

Von der Weibull-Verteilung zum Windenergie-Handbuch. Zürich: Eidgenössische Technische Hochschule, Berichte und Skripte des Geographischen Institutes (Nr. 29), 1987

*Cornu, Ch.:*

Contraintes et sollicitations de l'hélice. Lausanne: Ecole Polytechnique Fédérale, Chaire d'Electromécanique 1976

*Le Gourières, D.:*

Énergie Eolienne. Théorie, conception et calcul pratique des installations. Paris: Editions Eyrolles 1980

*Hofmann, G.:*

Bauanleitung für einen Windgenerator. Springe-Eldagsen: Sanfte Energie Verlagsgesellschaft, Energie und Umweltzentrum 1982

*Hütte:*

Theoretische Grundlagen. 28. Auflage. Berlin: Verlag Wilhelm Ernst & Sohn 1955

*Jansen, W. A. M.; Smulders, P. T.:*

Rotor design for horizontal axis Windmills. Amsterdam: Consultancy Services Wind Energy Developing Countries 1977

*Lysen, E. H.:*

Introduction to Wind Energy. 2. Auflage. Amsterdam: Consultancy Services Wind Energy Developing Countries 1983

*Molly, J.-P.:*

Windenergie in Theorie und Praxis. Grundlagen und Einsatz. Karlsruhe: Verlag C. F. Müller 1978

*Prandtl; Betz:*

Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen. München: Oldenbourg 1932—1935

## En lugar de un epílogo, una breve historia de este libro

### Software

Tardé más de tres años en escribir este libro.

Si tuviera que dividir los derechos de autor que cobré de la editorial alemana por el número de horas de trabajo invertidos (que hice con sumo placer), el estimado lector probablemente se quedaría boquiabierto.

Ciertamente no es el mejor libro sobre eólicas, pero hasta la fecha no he encontrado ninguno más didáctico para impartir la materia en universidades y escuelas técnicas.

El libro de Ernst Friedrich Schumacher "Small is Beautiful" (Lo Pequeño es Hermoso), publicado en 1973, fue una de mis fuentes de inspiración: De ahí que el título en alemán contenga la palabra "small" ("*kleine* Windräder") (pequeñas eólicas).

Un día soñé que durante mi vida vería decenas de miles de **pequeñas** eólicas girando alegremente cerca de las casas que fueran aptas para ello. También soñé que mi libro animaría a muchos jóvenes ingenieros y técnicos a desarrollar pequeños aerogeneradores de calidad.

En 1987, esto no eran más que sueños. Pero – de repente - los tiempos cambiaron. Así que decidí traducirlo al castellano.

Imagínense como estaba el patio español en los años 1990: Cuando visité al probablemente mejor editor de libros técnicos de España (Boixareu Editors, Barcelona) proponiéndole la publicación de mi libro en castellano, el señor Boixareu, sonriendo amablemente rechazó mi oferta, alegando que "la publicación de libros técnicos acabará arruinándome, porque la gente los fotocopia en lugar de comprarlos".

Como prueba de lo dicho, el señor Boixareu, un hombre mayor extremadamente inteligente y atento, me mostró un almacén repleto de libros no vendidos, y me regaló una docena de libros altamente interesantes sobre energías alternativas (solar, eólica, biogás, hidrógeno etc.). Excepto un manual sobre la construcción de váteres de compostaje<sup>6</sup>, que no requieren agua, en este almacén había de todo.

Me dijo que desde hacía años ya no podía publicar libros de texto porque no hacía más que perder dinero. También se lamentó de que sería una catástrofe para la ciencia si la gente sabía dejara de escribir por falta de editores, que no pueden publicar obras por culpa de (o gracias a) las máquinas fotocopadoras.

Me propuso que me dirigiera al gobierno autonómico de Catalunya (que en aquellos tiempos gastaba fortunas promoviendo la lengua y cultura catalanas). Les sugerí que publicaran mi libro en catalán. El dossier con mi propuesta fue ávidamente devorado por una destructora de documentos del *Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya*.

---

<sup>6</sup> Para los interesados en el tema: [http://www.amics21.com/laveritat/vater\\_compostaje\\_casero.htm](http://www.amics21.com/laveritat/vater_compostaje_casero.htm)

## Hardware

Cuando empecé a escribir este librito en 1984 (¡saludos de George Orwell!), un PC era un lujo más allá de mi alcance.

Así que tuve que contentarme con una HP11C, una maravillosa calculadora científica programable de bolsillo. Una vez programada la fórmula, introducías un valor y mientras esperabas la solución podías fumarte tranquilamente un cigarrillo entero (mientras tanto la maquinita calculaba y calculaba, y en la pequeña pantalla aparecía el mensaje parpadeante "running").

Me pasaba noches enteras esperando los resultados para poder dibujar un solo conjunto de las curvas relevantes que aparecen en el presente libro.

Sin embargo, precisamente por su lentitud este método se convirtió para mí en un ejercicio de budismo *Zen*. Empecé a ver las funciones n-dimensionales como una especie de macizo del Himalaya y a entender que las soluciones eran senderos que me permitían atravesar las montañas de variables sin necesidad de escalar las enormes cumbres. Fui desarrollando una comprensión intuitiva por las relaciones físicas y matemáticas que rigen en una eólica girando alegremente bajo el viento.

Redacté el libro con la ayuda de una pequeña máquina de escribir electrónica (Brother). La memoria de aquel para la época pequeño milagro técnico no me permitía memorizar más de 12 páginas A4. Podía ir guardando el trabajo en una disquetera externa, ¡pero recuperarlas era toda una hazaña, porque darle un nombre a los archivos no era moco de pavo!

Elaboré todos los dibujos y todas las curvas (y un montón de manchas de tinta) con mucha paciencia y lápices Rotring de todos los calibres. La receta es muy simple: coloca un papel cebolla encima de la curva dibujada sobre papel milimetrado y cálcala con tinta china. Ten siempre a mano una hoja de afeitar y una goma para borrar las inevitables manchas de tinta.

Teniendo en cuenta que por aquel entonces vivía en un área muy ruidosa de Zurich, me acostumbré a trabajar por las noches.

Con el fin de dejar listo el manuscrito para la imprenta, un buen día me piré a Venecia durante diez días.

Sentía que un poco de aire renacentista pondría orden en mi cerebro lleno de fórmulas y cifras.

Aquí tienen ustedes el resultado de este experimento.

Manuel Franquesa Voneschen

Castelldefels, primavera de 2011

**Más obras del autor en la Web:**

Este libro también existe en francés:

[www.amics21.com/laveritat/introduction\\_a\\_la\\_theorie\\_des\\_eoliennes.pdf](http://www.amics21.com/laveritat/introduction_a_la_theorie_des_eoliennes.pdf)

Traducción de casi todo el libro original de Albert Betz "Wind-Energie":

[www.amics21.com/laveritat/betz\\_energia\\_eolica.pdf](http://www.amics21.com/laveritat/betz_energia_eolica.pdf)

Manuales para la construcción casera de una pequeña eólica:

[www.amics21.com/laveritat/manual\\_generador\\_eolico.pdf](http://www.amics21.com/laveritat/manual_generador_eolico.pdf)

[www.amics21.com/laveritat/generador\\_savonius.pdf](http://www.amics21.com/laveritat/generador_savonius.pdf)

Breve introducción a las eólicas de eje vertical tipo Darrieus:

[www.amics21.com/laveritat/introduccion\\_aerogenerador\\_darrieus](http://www.amics21.com/laveritat/introduccion_aerogenerador_darrieus)